Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 04.04.2024 07:32:20
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»
Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
______________ Н.Н. Кислова

Иванюк Мария Евгеньевна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Теория чисел»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль): «Математика» и «Физика»
Квалификация выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол № 1 от 25.08.2018
Заседания кафедры физики, математики и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2018

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Теория чисел» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125, основной профессиональной образовательной программой «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н. (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции – УК-1

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- этапы решения теоретико-числовых задач
- основные модели теории чисел

Умеет:

- осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- знает основные теоретические положения радела «Теория чисел»;

Умеет:

- доказывать основные теоремы теории чисел;
- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет:

- применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач

экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к экзамену

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 40 минут на подготовку, 15 минут на ответ

Билет к экзамену состоят из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- этапы решения теоретико-числовых задач
- основные модели теории чисел

Умеет:

- осуществлять математическое моделирование в рамках дисциплины «Теория чисел»

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- знает основные теоретические положения радела «Теория чисел»;

Умеет:

- доказывать основные теоремы теории чисел;

- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет:

- применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач

Пример типовых заданий

Вопросы к экзамену

1.Сформулируйте определение, свойства или теорему, указанную в задании.

2.Докажите некоторые из свойств, указанных в вашем задании, докажите теорему:

Теоретические вопросы к экзамену

1.Определение отношения делимости в кольце целых чисел. Свойства делимости.

2.Теорема о делении с остатком (доказать существование и единственность).

3.Наибольший общий делитель: определение, свойства

4.Алгоритм Евклида.

5.Взаимно простые числа: определение, свойства

6.Наименьшее общее кратное: определение и свойства.

7.Теорема о связи наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного двух чисел.

8.Простые и составные числа: определения, примеры, свойства.

9.Основная теорема арифметики (доказать существование представления).

10.Основная теорема арифметики (доказать единственность представления).

11.Каноническое представление числа.

12.Бесконечность множества простых чисел.

13.Теорема о наименьшем простом делителе числа. Решето Эратосфена.

14.Конечные непрерывные (цепные) дроби.

15.Свойства подходящих дробей, применение.

16.Сравнения (определение и примеры). Необходимые и достаточные условия сравнения чисел.

17.Свойства числовых сравнений.

18.Классы вычетов по модулю m .

19.Полная система вычетов по модулю m и ее свойства.

20.Приведенная система вычетов по модулю m и ее свойства.

21.Функция Эйлера.

22.Теоремы Эйлера и Ферма.

23.Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем одно решение и не имеющем решений.

24.Теоремы о сравнении первой степени с одним неизвестным, имеющем несколько решений.

25.Методы решений сравнений первой степени с одним неизвестным.

26.Система сравнений первой степени с одним неизвестным.

27.Сравнения по простому модулю с одним неизвестным.

28.Сравнения по составному модулю.

29.Показатели классов по заданному модулю.

30.Первообразные корни.

31.Индексы (основные понятия).

32.Двучленные сравнения по простому модулю.

33.Квадратичные вычеты и невычеты.

34.Символ Лежандра (свойства).

35.Арифметические приложения теории сравнений

36.Бесконечные цепные дроби

37.Представление действительных чисел цепными дробями

38.Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности

39.Алгебраические и трансцендентные числа

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. а) Докажите, что если $11a - 3b$ делится нацело на 12, то и $5a + 3b$ делится на 12;

б) Докажите, что если $5a + 3b$ делится нацело на 13, то и $a - 2b$ делится на 13;

2. Докажите, что при любом натуральном n выражение

а) $n\left(n^4 - 125n^2 + 4\right)$ делится на 120;

б) $n^6 - n^2$ делится на 60;

3. Докажите, что при любых целых a и b число $a^2 + 9ab + b^2$ делится на 11.
4. Вычислите НОД чисел
а) 529, 1541, 1817;
б) 572, 5746, 1118;
5. Докажите, что если a, b - неравные нечетные простые числа, то наибольший общий делитель чисел $a + b$ и $a - b$ равен 2;
6. Докажите, что если $(a,b) = 1,$ то наибольший общий делитель чисел $a + b$ и $a - b$ равен 1 или 2;
7. Решите в натуральных числах следующую систему
$(a,b) = 13$
$[a,b] = 1989$
9. Докажите, что число $800 \cdot 814 - 57 \cdot 43$ – составное.
10. Разложите в непрерывную дробь числа
а) $\frac{123}{17}$
б) $\frac{43}{78}$
11. Решите уравнения:
а) 10x-3y=19
б) 12x+7y=13
12. Сколько блокнотов стоимостью 3 руб. и 4 руб. можно купить на 30 рублей?
13.Найти значение функции Эйлера для чисел:
а) 375; б) 990; в) 1400; г) 1890
14. Найдите число делителей, сумму делителей и значение функции Эйлера для числа n = 225225.
15.Найдите количество натуральных чисел, не превосходящих 12317 и взаимно простых с числом 1575
16. Найдите натуральное число, которое делится на 12 и имеет 14 различных натуральных делителей
17. Найдите натуральное число, имеющее только два простых делителя и число всех делителей 6, а сумма всех делителей которого равна 28.
18.Докажите, что φ(4n)=2φ(2n), φ(4n+2)=φ(2n+1).
19. Найдите остаток от деления числа 117^{53} на 11
20. Найдите две последние цифры числа 331^{284}
21. Найти однозначное положительное число, 27 степень которого оканчивается цифрой 7.
22. Докажите, что $1^{11} + 2^{11} + 4^{11} + 5^{11} + 7^{11} + 8^{11} \equiv 0 \pmod 9$.
23.Решите сравнение с помощью конечной непрерывной дроби $4x \equiv 6 (mod 11)$
24.Решите сравнение любым способом $120x \equiv 160 (mod\ 296)$
25. Решите систему сравнений: $x \equiv 3 (mod\ 17)$
$3x \equiv 6 (mod\ 9)$
26.Путем испытаний вычетов полной системы найдите решения следующих сравнений
а) $6x \equiv 5 \pmod 9$;
б) $x^2 - 2x + 2 \equiv 0 \pmod 3$;
27. Следующие сравнения решите способом Эйлера
а) $5x \equiv 26 \pmod{12}$;
б) $4x \equiv 7 \pmod 8$.
28.Решите следующие сравнения с помощью индексов:
а) $x^{15} \equiv 6 \pmod{37}$;
б) $3x^3 \equiv 2 \pmod{37}$;
в) $16^x \equiv 11 \pmod{53}$;
г) $52^x \equiv 38 \pmod{61}$;
29.С помощью символа Лежандра выясните, какие из следующих сравнений имеют решения, найдите их решения:
а) $x^2 \equiv 6 \pmod 7$;
б) $x^2 \equiv 3 \pmod{11}$.
Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность формируемых компетенций на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме экзамена. На экзамене студент демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение, а также доказывает теоремы и поясняет решения задач.