Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 06.06.2025 12:40:10
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»
Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
_____ Н.Н. Кислова

Кечина Ольга Михайловна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Математический анализ»

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):
«Математика» и «Физика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол № 10 от 27.05.2025
Заседания кафедры физики, математики
и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления
образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2025

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции УК-1; ПК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации – контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает: этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных).

Умеет: определять порядок действий при решении задачи, исходя из её анализа.

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

Умеет: реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа

Владеет: основными приёмами поиска решения задач по основным разделам математического анализа

ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Умеет использовать знания по математическому анализу в педагогической деятельности

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: особых требований нет/ Инструменты: в рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения, согласно которой разработанные задания имеют критерии оценки в баллах.

Расходные материалы: особых требований нет

Доступ к дополнительным справочным материалам: особых требований нет

Нормы времени: на подготовку к ответу отводится 40 минут, на ответ –20 минут.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Проверяемые результаты обучения:

Знает: этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных).

Умеет:

- определять порядок действий при решении задачи, исходя из её анализа.
- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа

Проверяемая компетенция:
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

Проверяемый индикатор достижения компетенции:
ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания
ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Проверяемые результаты обучения:
Умеет:
- реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа
- использовать знания по математическому анализу в педагогической деятельности
Владеет: основными приёмами поиска решения задач по основным разделам математического анализа

Тип (форма) задания: задачи.
Пример типовых заданий (оценочные материалы):
Модуль «Введение в анализ» (1 курс, 2 семестр)
Задачи по теме «Пределы функций»:
Вычислить пределы функций, указывая используемые теоремы о пределах:
1) $\lim\limits_{x\to-1}(x^3+5x^2+6x+1)$;
2) $\lim\limits_{x\to-\infty}(3x^3-5x^2+4)$
3) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3+1}{x^2-1}$;
4) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1}{1-x}$;
5) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x}+1}$;
7) $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg3x}{\sin 2x}$;
8) $\lim\limits_{x\to0}\frac{5^x-5^{-x}}{x}$;
9) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+1}{x-4}\right)^{3x}$;
10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{5}{3x}\right)^{x}$.
11) $\lim\limits_{x\to2}(x^2-4x+8)$;
12) $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x-x^2+1)$;
13) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2+5}{x^2-3}$;
14) $\lim\limits_{x\to0}\frac{x^4+3x^2}{x^5+x^3+2x^2}$;
15) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-1}{2x^2+1}$;
16) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x-\sqrt{x}}{x-1}$;
17) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+4x)}{2x}$;
18) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\cos 3x-\cos x}{x\sin 5x}$;
19) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-5}{3x+5}\right)^{4x}$;
20) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{4}{x}\right)^{2x-1}$.
21) $\lim\limits_{x\to4}(x^2-2x+5)$;
22) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2-x+1)$;
23) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$;

24) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{8x^3-1}{6x^2+5x+1}$;

25) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}$;

26) $\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$;

27) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 5x+\sin x}{x\cdot tgx}$;

28) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln(1+\sin 3x)}{3x}$;

29) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x-5}{3x+1}\right)^{5x}$;

30) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4x-9}{x+7}\right)^{1-x}$.

Контрольная работа состоит из 10 заданий на вычисление предела функции.

Каждое задание оценивается максимум 3 баллами. Критерии оценки:

3 балла – верно указаны теоремы, используемые при вычислении предела функции, и верно вычислен предел.

2 балла – допущены ошибки в формулировке теорем, используемых при вычислении предела функции, или при вычислении предела допущена негрубая ошибка.

1 балл – неверно указаны теоремы, используемые при вычислении предела функции, или при вычислении предела допущена ошибка.

0 баллов – неверно указана теорема, используемая при вычислении предела функции, и неверно вычислен предел.

Задачи по теме «Непрерывность функции. Точки разрыва».

Исследовать функции на непрерывность и построить график в окрестности каждой точки разрыва, предварительно определив её тип:

1) $y=\frac{x^2-4x+3}{x^2-x-2}$;

2) $y=\frac{x^2-16}{x-4}$;

3) $y=\begin{cases}cos\,x, -\frac{\pi}{2}\le x<0,\\ x^2+1, x\ge 0.\end{cases}$

4) $y=arctg\,\frac{2x}{x-2}$.

5) $y=arctg\,\frac{1-x}{x-4}$;

6) $y=\frac{sin\,x}{x}$;

7) $y=\frac{x-3}{(x-4)^2}$;

8) $y=\begin{cases}\frac{1}{x}, x\le -1;\\ x+1, x>-1.\end{cases}$.

9) $y=\begin{cases}x+1, x<-2;\\ 1, x=-2;\\ x^2-5, x>-2.\end{cases}$

10) $y=\frac{x^3-8}{x-2}$;

11) $y=\frac{1}{5^{\frac{1}{x-3}}+2}$;

12) $y=\frac{x-1}{x^2-x-12}$.

13) $y=arcctg\,\frac{3+2x}{x-4}$;

14) $y=\frac{x^2+4}{x-2}$;

15) $y=\begin{cases}\frac{x}{x-1}, x<1;\\ 2x, x\ge 1.\end{cases}$

16) $y=\frac{(x+1)^2}{x^2-3x-4}$.

17) $y=\frac{1}{x^2-10x+16}$;

18) $y=\begin{cases}x^3, x\le -1;\\ x^2+1, x>-1.\end{cases}$

19) $y=\frac{1}{1+e^{\frac{1}{x-1}}}$;

20) $y=\frac{-4}{(x-4)^2}$.

21) $y=\frac{x}{x^2+4}$;

22) $y=\begin{cases}cos\,x, -\frac{\pi}{2}\le x<0,\\ x^2+1, x\ge 0.\end{cases}$

23) $y = 4^{\frac{2}{x^2-1}}$;

24) $y = \frac{x-4}{x^2-16}$.

25) $y = \frac{x}{(x+1)^2}$;

26) $y = \frac{x^2-1}{x^3-3x+2}$;

27) $y = \begin{cases} e^x, x \le 0, \\ 2x-1, x > 0. \end{cases}$

28) $y = \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}}$;

29) $y = e^{x+\frac{1}{x}}$;

30) $y = \begin{cases} x^2+1, x < 0, \\ 1-x, 0 \le x \le 2, \\ 2, x > 2. \end{cases}$

Контрольная работа состоит из 4 заданий на исследование функции на непрерывность.

Каждое задание оценивается максимум 6 баллами. Критерии оценки:

6 баллов - 1. верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна;

2. верно определены точки разрыва (подозрительные на разрыв);

3-4. верно вычислены односторонние пределы при определении типа точек разрыва функции;

5. верно определён тип каждой точки разрыва;

6. верно изображён график функции в окрестности каждой точки разрыва.

5 баллов – выполнены 5 условий из 1-6 условий на 6 баллов; допущены ошибки при изображении графика функции в окрестности точки разрыва.

4 балла - выполнены 4 условия из 1-6 условий на 6 баллов; неверно определён тип точек разрыва и изображён график функции

3 балла – выполнены пункты 1-2; допущены небольшие вычислительные ошибки при нахождении односторонних пределов при определении типа точек разрыва функции и построении графика;

2 балла – выполнены пункты 1-2.

1 балл – верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна;

0 баллов – не выполнено ни одно из условий на 6 баллов.

Индивидуальная работа «Непрерывность функции». Привести примеры с геометрической иллюстрацией 4 функций с исследованием на непрерывность и точки разрыва:

1. точка устранимого разрыва;

2. точка разрыва с конечным скачком;

3. точка разрыва с бесконечным скачком;

4. функции, «состыкованные» в некоторой точке.

Каждый пример оценивается максимум 2,5 баллами. Критерии оценки:

2,5 балла – задание письменно выполнено верно (верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна, верно определены точки разрыва (подозрительные на разрыв), верно вычислены односторонние пределы при определении типа точек разрыва функции, верно определён тип точек разрыва, верно изображён график функции в окрестности точек разрыва), при отчёте объяснены все требуемые формулы;

1-2 балла – задание выполнено с незначительной ошибкой, которая была исправлена при отчёте задания, или задание письменно выполнено верно, но не объяснено устно;

0 баллов – задание выполнено неверно.

Программа коллоквиума «Пределы функций»

I. Теоретический вопрос

1. Понятие множества. Основные числовые множества: отрезок, интервал, полуинтервал. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. Примеры.

2. Действительная функция действительного переменного. График функции. Множество значений функции. Способы задания функции. Классификация основных элементарных функций. Общие свойства функции: ограниченность, монотонность функции, чётность (нечётность), периодичность. Примеры.

3. Числовая последовательность. Определение конечного предела последовательности, его геометрический смысл. Бесконечные пределы последовательности. Теорема о единственности предела последовательности; теорема существования предела последовательности.

4. Понятие предела функции, его геометрический смысл. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.

5. Понятие бесконечно малых функций. Пример. Теоремы о бесконечно малых функциях.

6. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Пределы элементарных функций.

7. Определения пределов функции с геометрической иллюстрацией.

8. Бесконечно большие функции. Теоремы о бесконечно больших функциях.

9. Пределы целой рациональной функции при $x \to a$ и $x \to \pm\infty$. Примеры.

10. Пределы дробно рациональной функции при $x \to a$ и $x \to \pm\infty$. Примеры.

11. Теорема о сохранении функцией знака своего предела; теорема о переходе к пределу в неравенстве; теорема о пределе промежуточной функции.

12. Пределы тригонометрических функций. Первый замечательный предел, следствия их него. Примеры.

13. Предел показательной функции. Понятие показательно-степенной функции. Теорема о пределе показательно-степенной функции. Виды неопределенностей в случае показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Примеры.

14. Предел логарифмической функции. Примеры.

15. Третий замечательный предел. Четвёртый замечательный предел.

II. Задача на одну из вышеуказанных тем.

Критерии оценки:

12 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; задача решена верно.

10-11 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.

5-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно, или задача решена верно, но допущены грубые ошибки при ответе на теоретический вопрос билета

1-4 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.

0 баллов – ответ не соответствует ни одному из указанных выше критериев.

Компетенции	Индикатор	Образовательные результаты	Формальные признаки сформированности компетенции
УК-1	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи	Знает: этапы решения задачи теории пределов функций.	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы.
			Отсутствует обоснование этапов решения задачи
		Умеет: определять порядок действий при решении задачи, исходя из её анализа.	Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно определена последовательность шагов решения.
			Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат.
			Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
	УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа	Даны верные формулировки требуемых теоретических положений, использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные.

			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету	ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания	Умеет: реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа	В ответе полно отражены используемые методы и инструменты математического анализа
			Допущены незначительные ошибки в отражении используемых методов и инструментов математического анализа, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при отражении используемых методов и инструментов математического анализа
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
		Владеет: основными приёмами поиска решения задач по основным разделам математического анализа	Продемонстрированы верные приёмы поиска решения задач
			Допущены незначительные ошибки при поиске решения задачи, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при поиске решения задачи
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
	ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности	Умеет использовать знания по математическому анализу в педагогической деятельности	Ответ содержит верные формулировки утверждений, используемые при обучении математике
			Допущены незначительные ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям

Модуль «Дифференциальное исчисление» (2 курс, 3 семестр)

Задачи

Найти производные функций:

1) $y = 3x^4 - 5x + 1$;
2) $y = cos^3 4\,x$;
3) $y = \frac{x-1}{x+1}$;
4) $y = 10^{2-x}$;
5) $y = 4 - arctgx^2$;
6) $y = \frac{2}{ln\,x}$;
7) $y = 3x^2(x^3 + e^x)$;
8) $y = arccos(\,sin\,x)$;
9) $y = \frac{x}{x^2+1}$;
10) $y = \frac{cos\,x}{2-3\,sin\,x}$;
11) $y = ln^2\,x$;
12) $y = \frac{arctgx}{x}$;

13) $y = x\,arcsin\,x$;
14) $y = ctg\frac{x+1}{2}$;
15) $y = \sqrt{1+2tgx}$;
16) $sin(2x+y) - 8xy = 0$;
17) $y = (1+2x)^{30}$;
18) $y = (sin\,x)^{cos\,x}$.
19) $y = 4x^3 + 3x^2 - 5$;
20) $y = ln^2\,5\,x$;
21) $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$;
22) $y = tg\frac{x-2}{3}$;
23) $y = 2\,cos\,3\,x - 5\,sin\,x$;
24) $y = \frac{x}{ln\,x}$;
25) $y = (3x^4 - 2x)\cdot e^x$;
26) $y = arctg(sin\,x)$;
27) $y = \frac{x^2-4}{x^3+2x}$;
28) $y = \frac{3\,cos\,x+x}{sin\,x}$;
29) $y = cos^2\,x$;
30) $y = \frac{arcsin\,x}{x^2}$;
31) $x^2y + arctg\frac{y}{x} = 0$;
32) $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$;
33) $cos(\,xy) + y^3 = 0$;
34) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t^2 \end{cases}$.

Контрольная работа состоит из 18 заданий на вычисление производной функции.

Каждое задание оценивается 2 баллами

2 балла - верно найдена производная функции, верно проведены преобразования над полученным выражением.

1 балл – верно применены правила дифференцирования, допущены ошибки при преобразовании производной.

0 баллов – неверно найдена производная функции.

Самостоятельная работа № 1 «Вычисление пределов с использованием правила Лопиталя»

Вычислить пределы функций, используя правила Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^4+3x^3-2x^2+10x-12}{4x^4-5x^3-3x^2+7x-3}$
2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^3-2x^2+2x-1}$
3) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^3-8x^2+17x-10}{x^4-5x^3-2x^2+11x-5}$
4) $\lim\limits_{x\to \pm 2}\frac{x^4-5x^2+4}{x^4-3x^2-4}$
5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{sin\,x}$
6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-sin\,x}{x^3}$
7) $\lim\limits_{x\to \infty}\frac{2x+1}{3x^2+x-1}$
8) $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\frac{x^3}{e^x+x^2}$
9) $\lim\limits_{x\to 0+0}\frac{ctgx}{ln\,x}$
10) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x}{x+ln\,x}$
11) $\lim\limits_{x\to +\infty} x\cdot e^{-x}$
12) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{e^x}{x^2}$

Критерий оценки:

4 балла – верно вычислены пределы числителя и знаменателя дроби, верно указан тип «неопределённости», верно найдены производные числителя и знаменателя дроби, верно найден предел заданной функции.

3 балла – верно указан тип «неопределённости», верно найдены производные числителя и знаменателя дроби, верно вычислены пределы получившихся числителя и знаменателя дроби.

2 балла – верно указан тип «неопределённости», и верно найдены производные числителя и знаменателя дроби.

1 балл – верно вычислены пределы числителя и знаменателя дроби и верно указан тип «неопределённости».

0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.

Индивидуальное задание. Провести полное исследование и построить графики заданных функций.

Вариант	Функции		
	A	B	C
1.	$y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 12$	$y = 1 - \frac{x}{(x-1)^2}$	$y = 2arctgx - x$
2.	$y = \frac{1}{6}x^3(x^2 - 5)$	$y = 2 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$	$y = xe^{-\frac{x}{4}}$
3.	$y = x^3 - 4x^2 - 3x + 6$	$y = 2\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$	$y = ln(x^2 - 4x)$
4.	$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$	$y = \frac{2x^2 + 2}{x + 1}$	$y = x^3 e^{-\frac{4}{3}x}$
5.	$y = \frac{6x^2 - x^4}{9}$	$y = x^2 + \frac{4}{x}$	$y = 2x - arctg2x$
6.	$y = 4x^3 + 15x^2 + 12x + 1$	$y = \frac{x}{(x+2)^2}$	$y = x^3 e^{-x}$
7.	$y = x^4 - 2x^3 + 3$	$y = \frac{x^2 - 2}{3x^2 - 1}$	$y = ln(x^2 + 2x)$
8.	$y = 3x^3 - x + 2$	$y = \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 3}$	$y = xe^{-x}$
9.	$y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$	$y = \frac{x^2 - 3}{4x^2 - 1}$	$y = 2 - arctgx^2$
10.	$y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$	$y = \frac{3 - x^2}{x + 2}$	$y = ln(x^2 - 4)$
11.	$y = \frac{1}{9}x^5 - 45x + 1$	$y = \frac{4x + 2}{(x-1)^2}$	$y = xe^{-\frac{x}{2}}$
12.	$y = 3x^5 - 5x^3$	$y = x + \frac{1}{x^2}$	$y = 1 + x - arctg2x$
13.	$y = (x+4)^2(x-5)$	$y = 2x - \frac{1}{x^2}$	$y = x^{\frac{2}{3}} e^{-x}$
14.	$y = x^2(x-3)$	$y = x + \frac{2x}{x^2 - 1}$	$y = ln(x^2 + 4)$
15.	$y = \frac{(x^2 - 5)^3}{125}$	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1}$	$y = e^{2x} - 2x + 2$
16.	$y = x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 5$	$y = \frac{5x^2 - 2}{3x^2 - 1}$	$y = e^{2x - x^2}$
17.	$y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$	$y = \frac{6x^2 - 1}{x^2 - 9}$	$y = 4 - arctgx^2$
18.	$y = x^4 - 8x^2 - 9$	$y = 2x - \frac{1}{x^2}$	$y = x^2 e^{\frac{x}{2}}$
19.	$y = -x^3 + 3x + 3$	$y = \frac{2x^2}{x + 1}$	$y = arctgx^2 + 5$
20.	$y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 40x$	$y = \frac{(4-x)^2}{2 - x}$	$y = ln(3x^2 + 6)$

Критерии оценивания каждого задания:

8 баллов – 1. верно найдена область определения функции;

2. верно проведено исследование на чётность/ нечётность и периодичность;

3. верно сделан вывод о наличии вертикальных асимптот;

4. верно сделан вывод о наличии невертикальных (горизонтальных и наклонных) асимптот;

5. верно проведено исследование на монотонность и экстремумы;

6. верно найдены промежутки выпуклости/ вогнутости графика и

7. верно записаны уравнения касательных в каждой точке перегиба; верно найдены точки пересечения графика с осями координат;

8. верно построен график функции.

7 баллов – верно выполнено 7 пунктов из вышеуказанных 8.

6 баллов – верно выполнено 6 пунктов из вышеуказанных 8.

5 баллов – верно выполнено 5 пунктов из вышеуказанных 8.

4 балла – верно выполнено 4 пункта из вышеуказанных 8.

3 балла – верно выполнено 3 пункта из вышеуказанных 8.

2 балла – верно выполнено 2 пункта из вышеуказанных 8.

1 балл – верно выполнен 1 пункт из вышеуказанных 8.

0 баллов - не выполнено ни одно из условий 1-8.

Компетенции	Индикатор	Образовательные результаты	Формальные признаки сформированности компетенции
УК-1	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи	Знает: этапы решения задачи дифференциального исчисления функции одной переменной	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы.
			Отсутствует обоснование этапов решения задачи
		Умеет: определять порядок действий при решении задачи, исходя из её анализа.	Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно определена последовательность шагов решения.
			Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат.
			Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
	УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа	Даны верные формулировки требуемых теоретических положений, использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету	ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания	Умеет: реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа	В ответе полно отражены используемые методы и инструменты математического анализа
			Допущены незначительные ошибки в отражении используемых методов и инструментов математического анализа, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при отражении используемых методов и инструментов математического анализа
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
		Владеет: основными приёмами поиска	Продемонстрированы верные приёмы поиска решения задач

		решения задач по основным разделам математического анализа	Допущены незначительные ошибки при поиске решения задачи, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при поиске решения задачи
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
	ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности	Умеет использовать знания по математическому анализу в педагогической деятельности	Ответ содержит верные формулировки утверждений, используемые при обучении математике
			Допущены незначительные ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям

Модуль «Интегральное исчисление» (2 курс, 4 семестр)
Задачи по разделу «Неопределённый интеграл»
Найти интегралы:

1. $\int x\, ln(x^2+2)\, dx$;
2. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+x}$;
3. $\int x\, cos\, 5\, x^2 dx$;
4. $\int \frac{(3x-5)dx}{\sqrt{9x2\ \ +7x+1}}$;
5. $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$;
6. $\int \frac{sin^3\, xdx}{cos^4\, x}$;
7. $\int \frac{x^2 dx}{(3x^3+1)^2}$;
8. $\int x\, ln\left(1+\frac{1}{x}\right) dx$;
9. $\int x\sqrt[4]{4-3x^2}dx$;
10. $\int sin^4\, x\, dx$;
11. $\int \frac{\arcsin^3 3xdx}{\sqrt{1-9x^2}}$;
12. $\int \frac{x^2 dx}{(x-1)^3}$;
13. $\int \frac{3x+1}{\sqrt{2x^2+8-x}} dx$;
14. $\int \frac{\sqrt{x+1}}{3x-5} dx$;
15. $\int \frac{5x-2}{\sqrt{4x^2-4x+3}} dx$;
16. $\int (2x+1)e^{4x} dx$;
17. $\int \frac{dx}{5x+\sqrt[3]{x^2}}$;
18. $\int \frac{cos^2\, x}{sin^4\, x} dx$;
19. $\int \frac{xdx}{(x^2+1)(x-1)}$;
20. $\int \frac{dx}{2+3x^2}$;
21. $\int sin\frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$;
22. $\int 3x\, ln\frac{x}{2} dx$;
23. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x}+x}$;
24. $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$;
25. $\int cos^4\, 3\, xdx$;

26. $\int \frac{(3x-5)dx}{10+3x-x^2}$;
27. $\int \frac{dx}{9x^2-4}$;
28. $\int \frac{(1+2x)dx}{x^2(x^2+4)}$.
29. $\int cos^5 x\, sin^2 x\, dx$;
30. $\int arctg\sqrt{2x-1}dx$.

Контрольная работа состоит из 7 заданий на вычисление неопределённого интеграла.

Каждое задание оценивается максимум 3 баллами.

3 балла – верно выбрана формула для вычисления интеграла, верно проведены преобразования при вычислении интеграла, получен верный результат;

2 балла – верно выбрана формула для вычисления интеграла, при проведении преобразований допущены одна негрубая ошибка;

1 балл – неверно выбрана формула для вычисления интеграла, или при проведении вычислений допущена грубая ошибка;

0 баллов – неверно выбрана формула для вычисления интеграла, и вычисление интеграла содержит ряд серьёзных ошибок.

Коллоквиум «Неопределённый интеграл»

I. Теоретический вопрос

1. Понятие первообразной функции. Свойства первообразной.
2. Определение неопределённого интеграла и его свойства. Теорема существования неопределенного интеграла.
3. Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
4. Вывод формул $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + C$, $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsin\frac{x}{a} + C$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} = ln\left|x + \sqrt{x^2+A}\right| + C$.
5. Метод интегрирования по частям. Два случая применения.
6. Вывод формулы $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} arcsin\frac{x}{a} + C$.
7. Простейшие рациональные дроби (4 типа). Интегрирование простейших рациональных дробей.
8. Интегрирование дробно-рациональной функции общего вида. Теорема о разложении дроби на сумму простейших дробей. Нахождение коэффициентов разложения.
9. Интегрирование иррациональных функций. Интегралы вида $\int R\left(x, x^{\frac{m_1}{n_1}}, x^{\frac{m_2}{n_2}}, .., x^{\frac{m_k}{n_k}}\right)dx$, $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_2}{n_2}}, \ldots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_k}{n_k}}\right)dx$.
10. Подстановки Эйлера в интегралах вида $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$. Частные случаи.
11. Интегрирование биноминального дифференциала. Подстановки Чебышёва.
12. Интегрирование тригонометрических функций $\int R(sin\, x, cos\, x)dx$. Универсальная подстановка.
13. Интегрирование тригонометрических функций. Частные случаи.

II. Вычислить неопределённый интеграл.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.

Задачи по разделу «Определённый и несобственные интегралы»

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x-2)^3$, $y = 4x - 8$. Сделать рисунок.
2. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной кривыми $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$. Сделать рисунок.
3. Найти координаты центра тяжести линии $x^2 + y^2 = 4$ в первой четверти. Сделать рисунок.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\rho = 4\cos\varphi$. Сделать рисунок.
5. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением линии $\begin{cases} x = 7(t - \sin t), \\ y = 7(1 - \cos t) \end{cases}$ вокруг оси абсцисс. Сделать рисунок.
6. Вычислить статический момент фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 4x$, $x = 4$, $y = 0$, относительно оси абсцисс. Сделать рисунок.

7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 2\cos t\,, \\ y = 3\sin t; \end{cases}$ $x = 1$ $(x \le 1)$. Сделать рисунок.

8. Вычислить длину дуги первой арки $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$ Сделать рисунок.

9. Вычислить статический момент фигуры, ограниченной линиями $y = x + 2$, $y = x^2 - 6x + 8$, $x = 0$, $y = 0$, относительно оси абсцисс. Сделать рисунок.

10. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$. Сделать рисунок.

11. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной кривыми $y = -x^2 + 5x - 6,\ y = 0$. Сделать рисунок.

12. Найти координаты центра тяжести линии $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$ $t \in [0, 2\pi]$. Сделать рисунок.

13. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x + 1)^2$, $y^2 = x + 1$. Сделать рисунок.

14. Вычислить длину дуги $\begin{cases} x = 3\cos^3 t\,, \\ y = 3\sin^3 t; \end{cases}$ $\frac{\pi}{3} \le t \le \frac{2\pi}{3}$. Сделать рисунок.

15. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = x$. Сделать рисунок.

16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\rho^2 = 4\cos 2\varphi$. Сделать рисунок.

17. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной кривыми $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 1$. Сделать рисунок.

18. Вычислить статический момент линии $x^2 + y^2 = 9$ под осью абсцисс относительно оси абсцисс. Сделать рисунок.

19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2 + 3$, $y = x^2 - 4x + 3$. Сделать рисунок.

20. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением линии $\rho = 2(1 - \cos\varphi)$вокруг полярной оси. Сделать рисунок.

21. Вычислить статический момент фигуры, ограниченной линиями $0 \le y \le \sqrt{16 - x^2}$ относительно оси абсцисс. Сделать рисунок.

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x - 1)^2$, $y^2 = x - 1$. Сделать рисунок.

23. Вычислить объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс фигуры, ограниченной кривыми $y = \cos 2x$ $-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$. Сделать рисунок.

24. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $y = 6 - x^2$, $y = 2$. Сделать рисунок.

Контрольная работа состоит из трёх задач:

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, уравнения которых заданы.

2а. Фигура, ограниченная кривыми с заданными уравнениями, вращается вокруг оси абсцисс. Вычислить объём тела, которое при этом получается.

2б. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением линии вокруг оси абсцисс (полярной оси).

2в. Вычислить длину дуги.

3а. Вычислить статистический момент фигуры (линии) относительно координатной оси.

3б. Найти координаты центра тяжести фигуры (линии).

Каждое задание оценивается максимум 4 баллами. Критерии оценки:

4 балла – верно выполнен рисунок, верно выбрана формула для нахождения результата, верно выбраны формула и метод интегрирования, применяемые в задаче, в случае метода замены переменной верно заменены пределы интегрирования, верно вычислен интеграл.

3 балла – допущены негрубые ошибки при выполнении рисунка, верно выбрана формула для нахождения результата, верно выбрана формула и метод интегрирования, применяемый в задаче, при вычислении интеграла допущены негрубые ошибки.

2 балла - допущены ошибки при выполнении рисунка или выборе формулы для нахождения результата, метода интегрирования, применяемого в задаче, или при вычислении интеграла.

1 балл – неверно выполнен рисунок или неверно выбрана формула для нахождения результата, допущены ошибки при выборе метода интегрирования или формулы, или при вычислении интеграла допущены грубые ошибки.

0 баллов - не выполнен ни один из указанных выше критериев.

25 – 30. Исследовать на сходимость интегралы:

25. $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x}\,dx$;

26. $\int_{-1}^{0} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$.

27. $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}\,dx$;

28. $\int_1^2 \frac{dx}{x\ln x}$.

29. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}$;

30. $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{(x-1)}}$.

Самостоятельная работа «Несобственные интегралы»

1. Исследовать на сходимость несобственный интеграл первого рода.

2. Исследовать на сходимость несобственный интеграл второго рода.

Каждое задание оценивается максимум 3 баллами. Критерий оценки:

3 балла – верно установлен тип несобственного интеграла, верно указан промежуток, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода верно определены особые точки, верно применена формула вычислении несобственного интеграла (верно вычислен определённый интеграл, верно вычислен соответствующий предел от него), получен верный результат, сделан верный вывод о сходимости или расходимости несобственного интеграла.

2 балла – верно установлен тип несобственного интеграла, верно указан промежуток, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода верно определены особые точки, верно применена формула вычислении несобственного интеграла (верно вычислен определённый интеграл, верно вычислен соответствующий предел от него), получен верный результат, сделан неверный вывод о сходимости или расходимости несобственного интеграла.

1 балл - верно установлен тип несобственного интеграла, допущены ошибки при указании промежутка, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода допущены ошибки при определении особых точек, при применении формулы вычисления несобственного интеграла допущены ошибки.

0 баллов - не выполнен ни один из указанных выше критериев.

Программа коллоквиума «Определённый интеграл»

I. Теоретический вопрос

1. Понятие интегральной суммы и определённого интеграла.
2. Необходимое условие интегрируемости. Замечание с примером.
3. Геометрический смысл определённого интеграла.
4. Теорема существования определённого интеграла.
5. Свойства определённого интеграла.
6. Определённый интеграл как функция переменного верхнего предела.
7. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной в определённом интеграле.
9. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
10. Интеграл от чётной и нечётной функции по симметричному промежутку.
11. Вычисление площадей плоских фигур посредством определённого интеграла.
12. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
13. Достаточное условие спрямляемости дуги.
14. Объём тела с известным поперечным сечением.
15. Объём тела вращения.
16. Площадь поверхности вращения.

II. Решить задачу с использованием определённого интеграла.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.

Компетенции	Индикатор	Образовательные результаты	Формальные признаки сформированности компетенции
УК-1	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи	Знает: этапы решения задачи интегрального исчисления функций одной переменной	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы.
			Отсутствует обоснование этапов решения задачи
		Умеет: определять порядок действий при	Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно

		решении задачи, исходя из её анализа.	определена последовательность шагов решения.
			Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат.
			Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
	УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа	Даны верные формулировки требуемых теоретических положений, использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету	ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания	Умеет: реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа	В ответе полно отражены используемые методы и инструменты математического анализа
			Допущены незначительные ошибки в отражении используемых методов и инструментов математического анализа, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при отражении используемых методов и инструментов математического анализа
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
		Владеет: основными приёмами поиска решения задач по основным разделам математического анализа	Продемонстрированы верные приёмы поиска решения задач
			Допущены незначительные ошибки при поиске решения задачи, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при поиске решения задачи
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
	ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности	Умеет использовать знания по математическому анализу в педагогической деятельности	Ответ содержит верные формулировки утверждений, используемые при обучении математике
			Допущены незначительные ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки в формулировках утверждений и решении задач,

			используемых при обучении математике
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям

Модуль «Функции многих переменных» (3 курс, 5 семестр)

Задачи по теме «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Найти u_x, u_y, если $u = ln(\eta\sqrt{\xi + 1})$, где $\xi = y^2 - 2x, \eta = xy$.

2. Найти u_x, u_y, если $u = arcsin\frac{2\xi}{\eta+3}$, где $\xi = y^3 + x, \eta = 2x + y$.

3. Найти u_x, u_y, если $u = arctg(e^{\xi} + ln\,\eta)$, где $\xi = xy, \eta = x - y$.

4. Найти u_x, u_y, если $u = 5^{\xi^2+\eta}$, где $\xi = ln(x + 1), \eta = x + sin\,y$.

5. Найти u_x, u_y, если $u = e^{\xi\cdot\eta}$, где $\xi = 2\,ln\,x - y, \eta = y^2 - x^2$.

6. Показать, что $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = u - x^2 - y^2$, если $u = x\cdot\varphi(\frac{y}{x}) - x^2 - y^2$, где φ - произвольная дифференцируемая функция.

7. Показать, что $\frac{1}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{x+1}\cdot\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{xy}$, если $z = x\cdot\varphi(\frac{y}{x+1})$, где φ - произвольная дифференцируемая функция.

8. Показать, что $\frac{1}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{x}\cdot\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{xy}$, если $z = \sqrt{xy}\cdot\varphi(\frac{y}{x})$, где φ - произвольная дифференцируемая функция.

9. Показать, что $y\cdot\frac{\partial z}{\partial x} + x\cdot\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{y}{x}\cdot z = 0$, если $z = \frac{1}{x}\cdot\varphi(x^2 - y^2)$, где φ - произвольная дифференцируемая функция.

10. Показать, что $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = xy + u$, если $u = xy + x\cdot\varphi(\frac{y}{x})$, где φ - произвольная дифференцируемая функция.

11. Проверить: удовлетворяет ли уравнению $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ функция $u = \frac{y}{x}$?

12. Проверить: удовлетворяет ли уравнению $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 3(x^3 - y^3)$ функция $u = \ln\frac{x}{y} + x^3 - y$?

13. Проверить: удовлетворяет ли уравнению $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ функция $u = \ln(x^2 + (y + 1)^2)$?

14. Проверить: удовлетворяет ли уравнению $y\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y} = (1 + y\ln x)\frac{\partial}{\partial x} = 0$ функция $u = x^y$?

15. Проверить: удовлетворяет ли уравнению $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ функция $u = e^{xy}$?

16. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $2x^3y - 5y^2 + 6x = 6$ определяет неявную функцию $y = \varphi(x)$ по крайней мере в окрестности точки $(1,0)$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

17. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $12xy^4 - 4x^2y = 8$ определяет неявную функцию $y = \varphi(x)$ по крайней мере в окрестности точки $(2,1)$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

18. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $3y^2x - 2x^3y^4 + 2x = 3$ определяет неявную функцию $y = \varphi(x)$ по крайней мере в окрестности точки $(1,1)$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

19. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $4x^2 + 3y^2 + xy = 6$ определяет неявную функцию $y = \varphi(x)$ по крайней мере в окрестности точки $(1, -1)$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

20. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $x^3 + 6xy - y^3 = -8$ определяет неявную функцию $y = \varphi(x)$ по крайней мере в окрестности точки $(1,3)$. Найти $\frac{dy}{dx}$.

21. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $x^3 + 2y^3 + z^3 - xyz = 9$ определяет неявную функцию $z = \varphi(x, y)$ по крайней мере в окрестности точки $(2, 1, 1)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

22. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2$ определяет неявную функцию $z = \varphi(x, y)$ по крайней мере в окрестности точки $(-1,0, 1)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

23. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $3x - 2y + z = xz + 5$ определяет неявную функцию $z = \varphi(x, y)$ по крайней мере в окрестности точки $(2, 1, -1)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

24. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $e^z + x + 2y + z = 4$ определяет неявную функцию $z = \varphi(x, y)$ по крайней мере в окрестности точки $(1, 1, 0)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

25. На основании теоремы существования неявной функции показать, что уравнение $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0$ определяет неявную функцию $z = \varphi(x, y)$ по крайней мере в окрестности точки $(1, 1, -1)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

26. Для функции $z = x^2 + xy - 2y^2$ найти наибольшее и наименьшее значения на множестве, определяемом неравенствами: $\begin{cases} -1 \le x \le 1, \\ -1 \le y \le 2. \end{cases}$

27. Для функции $z = 2y^2 - x^2 + 6y$ найти наибольшее и наименьшее значения на множестве, определяемом неравенствами: $x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$.

28. Для функции $z = x^2 + y^2 - 4y$ найти наибольшее и наименьшее значения на множестве, определяемом неравенствами: $x^2 + 1 \leq y \leq 5$.

29. Для функции $z = y^3 + 3x^2y - 15y$ найти наибольшее и наименьшее значения на множестве, определяемом неравенствами: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 3, \\ -1 \leq y \leq 3. \end{cases}$

30. Для функции $z = 3x + 6y - x^2 - 2y^2$ найти наибольшее и наименьшее значения на множестве, определяемом неравенствами: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ -1 \leq y \leq 3. \end{cases}$

Контрольная работа состоит из 4 заданий:

1. Найти частные производные первого порядка сложной функции двух переменных.

2. Доказать, что функция удовлетворяет соотношению, содержащему частные производные.

3. Определить, задаёт ли уравнение неявную функцию в окрестности точки, и найти производную этой функции.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

Критерии оценивания.

Первое задание оценивается максимум 6 баллами.

6 баллов – верно найдены частные производные заданной функции по промежуточным переменным, верно найдены частные производные промежуточных функций по независимым переменным, верно найдены частные производные заданной функции по независимым переменным с использованием соответствующих формул;

4-5 баллов – допущена одна ошибка при вычислении частных производных заданной функции по промежуточным переменным или при нахождении производных промежуточных функций по независимым переменным;

2-3 балла – допущено 2 ошибки при вычислении частных производных заданной функции по промежуточным переменным или при нахождении производных промежуточных функций по независимым переменным;

1 балл – верно найдена только одна из частных производных, требуемых для формулы вычисления частной производной заданной функции.

0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.

Второе задание оценивается максимум 6 баллами.

6 баллов – верно найдены требуемые в соотношении производные, верно найденные значения подставлены в заданное соотношение, верно проведены преобразования, получено верное равенство, сделан верный вывод;

4-5 баллов – верно найдены требуемые в соотношении производные, верно найденные значения подставлены в заданное соотношение, допущена ошибка при проведении преобразований и/ или сделан неверный вывод;

1-3 балла – допущены ошибки при вычислении требуемых в соотношении производных или при проведении преобразований;

0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.

Третье задание оценивается максимум 6 баллами

6 баллов – правильно проверены условия теоремы существования неявной функции, сделан верный вывод о существовании неявной функции, верно найдена производная функции, заданной неявно;

4-5 баллов – допущена ошибка при проверке условий теоремы существования неявной функции;

1-3 балла – допущены ошибки при проверке условий теоремы существования неявной функции или в формуле производной неявной функции;

0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.

Четвёртое задание оценивается максимум 10 баллами

10 баллов –

1. верно определён тип функции;

2. верно определена и изображена область, в которой требуется провести исследование на наибольшее и наименьшее значения;

3. сделан вывод о наличии наибольшего и наименьшего значений заданной функции;

4. верно найдены частные производные заданной функции;

5. верно найдены критические точки;

6. верно отобраны точки для дальнейшего исследования;

7. верно проведено исследование на наибольшее и наименьшее значения в отобранных точках;

8-9. верно проведено исследование на наибольшее и наименьшее значения функции на границе области;

10. сделан верный вывод о наибольшем и наименьшем значениях функции в заданной области.

1 – 9 баллов – верно выполнено соответствующее количество пунктов из критерия на 10 баллов.

0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.

Задачи по теме «Кратные и криволинейные интегралы»

1. Вычислить интеграл $\iint_D \frac{x}{y} dxdy$, где область D ограничена линиями: $y = x^2, y^2 = x, y = \frac{1}{4}$, причём $y \geq \frac{1}{4}$.

2. Вычислить интеграл $\iint_D (x^2 + y^2)^5 dxdy$, где область D - часть кольца между окружностями $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 = 1$, расположенная во второй четверти.

3. Вычислить интеграл $\iint_D ydxdy$, где область D ограничена линиями: $x = 0, x = 3, y = x, y = x + 2$.

4. Вычислить интеграл $\iint_D (1 + x^2 + y^2)dxdy$, где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = 1$ и осями координат, и расположена в первой четверти.

5. Вычислить интеграл $\iint_D (1 - y)\,dxdy,$, где область D ограничена линиями: $x = 0, x = 2, y = 0, y = e^x$.

6. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_{-x}^{1-x^2} f(x,y)dy$

7. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^3 dx \int_{x-3}^{\sqrt{9-x^2}} f(x,y)dy$

8. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^2 dx \int_{x-2}^{4-x^2} f(x,y)dy$

9. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле: $\int_0^1 dx \int_{-x}^{1-x^2} f(x,y)dy$.

10. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле: $\int_0^4 dx \int_{\frac{1}{2}x}^{2x} f(x,y)dy$.

11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $xy = 4, x = 8, y = 4$.

12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 + 1, y = 9 - x^2$.

13. Вычислить $\int_\Gamma \frac{ds}{\sqrt{y-x}}$, где Γ – часть прямой $y + x = 1$, заключенная между положительными направлениями осей координат.

14. Вычислить $\int_\Gamma (x - y)ds$, где Γ – граница треугольника с вершинами $(2,3), (0,4), (-2,2)$.

15. Вычислить $\int_\Gamma (x + y^2)ds$, где Γ – правая полуокружность с центром в начале координат радиуса 3.

16. Вычислить $\int_\Gamma y \sin x\, dy - x \cos y\, dx$, если Γ – отрезок прямой от точки $A\left(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$ до точки $B(0,0)$.

17. Вычислить $\int_\Gamma x^2 ydx - yxdy$, если Γ – левая полуокружность $\begin{cases} x = 4\cos t, \\ y = 4\sin t, \end{cases}$, обход которой совершается против часовой стрелке.

18. Показать, что $\int_{\overline{AB}} x(3y - x)dx + \frac{3}{2}x^2 dy$ не зависит от пути интегрирования и вычислить его, полагая, что $A(-1,1), B(0,2)$.

19. Показать, что интеграл $\int_{\overline{AB}} (x^2 + 2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy - y^2)dy$ не зависит от пути интегрирования, и вычислить его, полагая, что $A(1,0), B(0,-1)$.

20. Показать, что интеграл $\int_{\overline{AB}} (3x^2 - 2xy + y^2)dx + (2xy - x^2 - 3y^2)dy$ не зависит от пути интегрирования, и вычислить его, полагая, что $A(1,2), B(1,-4)$.

Контрольная работа состоит из двух заданий:

1. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле;

2. Вычисление криволинейного интеграла

Критерий оценки контрольной работы:

1 задание оценивается максимум в 10 баллов

10 баллов:

1. записана формула перехода от повторного интеграла к двойному;
2. верно определены линии, ограничивающие область интегрирования;
3. верно указано, с какой стороны, и какая линия ограничивает область интегрирования;
4. верно определён тип области интегрирования;
5. верно построены границы области;
6. верно заштрихована область интегрирования;
7. верно определено, является ли область нормальной областью другого типа или объединением областей другого типа;
8. верно записаны уравнения границ области в соответствии с типом области;
9. верно указан порядок границ области в соответствии с типом области;
10. верно записан переход от двойного интеграла к повторному.

на отыскание криволинейных интегралов.

2 задание оценивается максимум в 12 баллов

Критерий оценки.

1-2. верно записано уравнение кривой, по которой происходит интегрирование;

3-4. верно выполнен рисунок;

5-7. верно записано подынтегральное выражение в зависимости от способа задания кривой;

8-9. верно осуществлён переход от криволинейного интеграла к определённому интегралу;

10-11. верно вычислен интеграл;

12. верно записан ответ

Программа коллоквиума «Функции многих переменных»

I. Теоретический вопрос.

1. Основные понятия и определения теории множеств. N-мерное евклидово пространство. Предельные, внутренние, граничные точки множества. Открытое, замкнутое, ограниченное множество. Область.

2. Понятие функции n переменных. Область существования функции нескольких переменных.

3. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

4. Частные производные функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков. Дифференцируемая функция.

5. Необходимое условие дифференцируемости функции.

6. Достаточное условие дифференцируемости функции.

7. Дифференциал функции двух переменных. Применение дифференциала к приближённым вычислениям.

8. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциалы высших порядков.

9. Производная сложной функции нескольких переменных.

10. Неявная функция одной переменной. Теорема о существовании неявной функции одной переменной.

11. Неявная функция двух переменных. Теорема о существовании неявной функции двух переменных.

12. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие существования экстремума.

13. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.

II. Задача по одной из вышеуказанных тем.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.

Программа коллоквиума «Кратные и криволинейные интегралы»

I. Теоретический вопрос

1. Понятие двойного интеграла. Существование двойных интегралов и их свойства.

2. Вычисление двойных интегралов по прямоугольным областям. Теорема о вычислении двойного интеграла по прямоугольной области.

3. Понятие нормальных областей первого и второго типа. Теоремы о вычислении двойного интеграла по нормальной области первого и второго типа.

4. Геометрические приложения двойных интегралов.

5. Механические приложения двойных интегралов.

6. Понятие криволинейного интеграла первого рода. Теорема существования криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода в зависимости от способа задания уравнения кривой Г.

7. Понятие криволинейного интеграла второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Теорема существования криволинейного интеграла второго рода.

8. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.

9. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Криволинейный интеграл как функция точки. Теорема об эквивалентности четырех предложений.

II. Задача.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.

Компетенции	Индикатор	Образовательные результаты	Формальные признаки сформированности компетенции
УК-1	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи	Знает: этапы решения задачи дифференциального и интегрального исчислений функций многих переменных	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован.
			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован.

			В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы.
			Отсутствует обоснование этапов решения задачи
		Умеет: определять порядок действий при решении задачи, исходя из её анализа.	Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно определена последовательность шагов решения.
			Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат.
			Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
	УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа	Даны верные формулировки требуемых теоретических положений, использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету	ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания	Умеет: реализовывать программу по математике с учетом содержания, методов и инструментов математического анализа	В ответе полно отражены используемые методы и инструменты математического анализа
			Допущены незначительные ошибки в отражении используемых методов и инструментов математического анализа, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при отражении используемых методов и инструментов математического анализа
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
		Владеет: основными приёмами поиска решения задач по основным разделам математического анализа	Продемонстрированы верные приёмы поиска решения задач
			Допущены незначительные ошибки при поиске решения задачи, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при поиске решения задачи
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям
	ПК-1.2. Реализует образовательную	Умеет использовать знания по	Ответ содержит верные формулировки утверждений,

	программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности	математическому анализу в педагогической деятельности	используемые при обучении математике
			Допущены незначительные ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки в формулировках утверждений и решении задач, используемых при обучении математике
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

В рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения. Возможные виды учебной работы обучающихся и критерии оценивания представлены в балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Следует учитывать результаты обучения обучающегося непосредственно в процессе освоения модуля дисциплины по следующим критериям: активное участие в ходе занятия; результаты подготовки домашнего задания; высокое качество выполнения поставленных задач; способность самостоятельно и в отведённый срок решать новые задачи.

Сформированность компетенции на уровне «знает», «умеет», «владеет» проверяется в форме письменного опроса, в процессе решения задач (индивидуальных и контрольных работ), подготовки доклада. При письменном опросе обучающийся демонстрирует знания основных теоретических положений математического анализа, умение обосновывать сформулированные утверждения; в результате выполнения письменной работы обучающийся объясняет решение задач, обосновывает выбор метода решения задачи.

Оценка сформированности компетенций осуществляется в процессе выполнения заданий по модулю в соответствии с разработанными критериями. Максимальный балл за выполненное задание ставится в случае, если задание решено правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; обучающийся знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

Экзаменационный билет формируется из двух теоретических вопросов (если в одном семестре изучается несколько разделов дисциплины, то вопросы берутся из разных разделов) и одной задачи. Ответ на зачёте включает ответ на теоретический вопрос и решение задачи.

Оценочный лист по результатам промежуточной аттестации

Количество баллов	Критерии оценки
86 – 100 баллов:	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован. Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно определена последовательность шагов решения. Даны верные формулировки требуемых теоретических положений (определений, правил, теорем), использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач. Использование методов решения задач, доказательства и опровержения утверждений интерпретируется с учетом специфики задачи, выбранный метод решения задачи обоснован. Приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в теоретических вопросах; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств или обоснований теоретических вопросов.
71 – 85 баллов	В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован. Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат. Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные. Используемые при решении задач методы верны, но не учитывают специфику задачи. Приведены верные формулировки определений и теорем при ответе на теоретические вопросы.
56 – 70 баллов	В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы. Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении. Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики. Используемые при решении задач методы не учитывают специфику задачи, допущены ошибки в процессе решения. Приведены неполные формулировки определений и теорем при ответе на теоретические вопросы.

0 – 55 баллов	Ответ не соответствует вышеуказанным критериям.