Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 06.06.2025 12:40:10
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»
Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
_____ Н.Н. Кислова

Иванюк Мария Евгеньевна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Математическая логика»

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):
«Математика» и «Физика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол № 10 от 27.05.2025
Заседания кафедры физики, математики и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2025

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая логика» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности компетенций УК-1; ПК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает: основные модели математической логики; этапы и способы решения задач математической логики

Умеет: пользоваться математической символикой и терминологией

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает: основные понятия и теоремы математической логики

Умеет: применять теоретические знания математической логики к решению задач

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

Умеет

применять в обучении математике основные приемы мышления: синтез, анализ, сравнение, обобщение.

Владеет

основными приёмами поиска решения задач (совершенный и несовершенный анализ, аналогия, обобщение, конкретизация).

ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Умеет:

- использовать знания по математической логике в педагогической деятельности

Требование к процедуре оценки:

зачет

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к зачету

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 20 минут на подготовку, 10 минут на ответ

Билет к зачету состоит из одного теоретического вопроса и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Знает: основные модели математической логики; этапы и способы решения задач математической логики

- основные понятия и теоремы математической логики

Умеет:

- пользоваться математической символикой и терминологией;
- применять теоретические знания математической логики к решению задач

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

ПК-1.2. Реализует образовательную программу по предмету с использованием технологий профессиональной деятельности

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет:

- применять в обучении математике основные приемы мышления: синтез, анализ, сравнение, обобщение.
- использовать знания по математической логике в педагогической деятельности

Владеет

основными приёмами поиска решения задач (совершенный и несовершенный анализ, аналогия, обобщение, конкретизация).

Тип (форма) задания:

Вопросы к зачету

1.Сформулируйте определение, свойства или теорему, указанную в задании.

2.Докажите некоторые из свойств, указанных в вашем задании, докажите теорему:

Вопросы к зачету с оценкой

1. Понятие высказывания, примеры.
2. Операции над высказываниями.
3.Понятие формулы алгебры высказываний.
4.Классификация формул алгебры высказываний.
5.Равносильные формулы.
6.Основные равносильности.
7. Закон двойственности.
8. Элементарная конъюнкция и дизъюнкция.
9. Критерий тождественной истинности элементарной дизъюнкции.
10.Критерий тождественной ложности элементарной конъюнкции.
11. Дизъюнктивная нормальна форма (ДНФ) формулы алгебры высказываний, схема составления.
12.Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) формулы алгебры высказываний, схема составления.
13. Критерий тождественной истинности формулы алгебры высказываний.
14.Критерий тождественной ложности формулы алгебры высказываний.
15. СДНФ формулы алгебры высказываний, схема составления.
16. СКНФ формулы алгебры высказываний, схема составления.
17.Булевы функции. Число различных булевых функций от n переменных.
18.Анализ и синтез релейно-контактных схем.
19.Первоначальные понятия исчисления высказываний. Аксиомы. Правила вывода.
20.Условно выводимые формулы. Определение. Примеры.
21. Теорема дедукции (без доказательства).
22. Требования, предъявляемые к системе аксиом исчисления высказываний.
23. Понятие предиката. Множество определения и множество истинности предиката.
24. Логические операции над предикатами.
25. Равносильные предикаты.
26.Классификация предикатов.
27. Кванторные операции над предикатами.
28. Логическое следствие. Необходимое условие, достаточное условия. Условия необходимые и достаточные.
29. Строение и виды теорем.
30. Формулы логики предикатов. Их классификация.
31. Равносильные формулы логики предикатов.
32.Основные равносильности логики предикатов с кванторами.
33. Проблема разрешения в логике предикатов. Теорема Черча.
34.Понятие аксиоматической теории. Примеры аксиоматических теорий.
35.Основные характеристики аксиоматических теорий.
36.Понятие формальной аксиоматической теории. Примеры формальных аксиоматических теорий.
37. Формальная арифметика. Теорема Геделя о ее неполноте.

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. Привести к конъюнктивной нормальной форме (КНФ) и дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) следующие формулы:

а) $(X \wedge Y \to Z) \wedge (X \to Y)$,

б) $(X \wedge Y \to Z) \to (X \leftrightarrow Z)$,

в) $(X \to Y) \to (\overline{Y} \to X \wedge Z)$,

г) $X \vee \overline{X \wedge Y \vee \overline{Y} \wedge Z} \to X \vee Y \wedge Z$.

2. Используя критерий тождественной истинности и тождественной ложности формулы, установить, будет ли данная формула тождественно истинной, тождественно ложной или выполнимой.

а) $X\overline{Y}(X \to Z) \leftrightarrow \overline{Z}$,

б) $(X \to Y)Z \to X \vee Y \vee Z$,

в) $(X \to Z) \to ((Y \to Z) \to (X \vee Y \to Z))$,

г) $\overline{X} \to \overline{\overline{X}Y \to XYZ}\,\overline{X} \vee YZ$.

3. Для следующих формул найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем равносильных преобразований и используя таблицы истинности):

а) $\overline{X}(Y \to Z) \to \overline{\overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}}$

б) $X(Y\overline{Z} \to X)$

в) $X(Y\overline{Z} \to \overline{X})$

4. Приведением к совершенным нормальным формам, выяснить, являются ли следующие формулы равносильными:

а) $X \vee Y \leftrightarrow Z$ и $(\overline{X} \vee Z)(\overline{Y} \vee Z)(Z \to X \vee Y)$

б) $(X \to Y) \to Z$ и $(X\overline{Y} \vee Z)(\overline{X} \vee \overline{Z} \vee Y)$

в) $\overline{X\overline{Y}} \to (\overline{Y} \to X)$ и $\overline{X \to Y} \vee X \vee Y$

5. Найти ДНФ и КНФ для булевой функции от трех переменных:

а) которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно одна из переменных принимает значение 1.

б) которая принимает значение 0, тогда и только тогда, когда хотя бы две переменные принимают значение 1.

в) которая принимает такое же значение, что и ее первый аргумент.

6. Для булевых функций задачи 5 найдите наипростейшие формулы алгебры высказываний среди равносильных формул, представляющих эти функции.

7. Выяснить, равносильны ли предикаты, если их последовательно рассматривать заданными на множестве R, затем на множестве Q, затем на множестве Z и, наконец, на множестве N.

а) $x^5 - 16x = 0$ и $(x^3 - 2x)(x^2 - 4) = 0$,

б) $\frac{x^2-1}{3} < 2$ и $|x| \le 2$,

в) $\frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}} = x - \sqrt{2}$ и $\sin 2x = 2\sin x \cos x$,

8. Среди предикатов укажите тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые.

а) $\ln(x^2 + 6x + 10) < 0$, $x \in R$,

б) $(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$, $x \in R$,

в) $tg^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \in R$,

9. Для предикатов $A(x)$ и $B(x)$ заданных на множестве $M=\{1,2,....30\}$ найдите множества истинности $A(x)\wedge B(x)$, $A(x)\vee B(x)$, $\overline{A(x)}$, $\overline{B(x)}$, $A(x)\to B(x)$, $B(x)\to A(x)$, $A(x)\leftrightarrow B(x)$.

а) $A(x)$: «$x \vdots 2$», $B(x)$: «$x \vdots 5$»,

б) $A(x)$: «х - простое число», $B(x)$: «х - четное число».

10. Изобразите на координатной плоскости множества истинности следующих предикатов, заданных на множестве $R\times R$.

а) «$x^2>16$» $\vee$ «$x^3-4x\geq 0$»,

б) «$|x|<2$» $\leftrightarrow$ «$|x|<3$»,

в) «$|x-y|<2$» $\wedge$ «$x>0$»,

г) «$x^2+y^2<9$» $\longrightarrow$ «$|x|<1$».

11. Из следующих предикатов с помощью кванторов $\forall$ и $\exists$ постройте всевозможные высказывания и определите, какие из них истинны, а какие ложны:

а) $\sqrt{(x-3)^2}=x-3$, $x\in R$,

б) $\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$, $x\in R$,

в) $|x-y|<2$, $x\in R$, $y\in R$,

г) $x^2+y^2=4$, $x\in R$, $y\in R$.

12. Определите является ли один из предикатов, заданных на множестве действительных чисел, логическим следствием другого:

а) $A(x)$: «$x^3-6x^2+11x-6=0$», $B(x)$: «$|x-2|=1$».

б) $A(x)$: «$x^2\leq 0$», $B(x)$: «$2^{|x|}=\cos x$».

в) $A(x)$: «$|x|\leq 5$», $B(x)$: «$x^2-3x-10=0$».

г) $A(x)$: «$\sin^2 x+cos^2 x=1$»,

$B(x)$: «$tg^2 x+1=\frac{1}{cos^2 x}$».

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – обучающийся знает теорию, решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – обучающийся знает теорию, знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - обучающийся знает теорию, знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность компетенции на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме зачета с оценкой и экзамена. На зачете обучающийся демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение.

Сформированность компетенции на уровне «владеет» проверяется в процессе доказательства теорем, решения задач и пояснения их решения.