Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 06.06.2025 12:48:00
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»
Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
_____ Н.Н. Кислова

Кечина Ольга Михайловна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Дифференциальные уравнения»

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):
«Математика» и «Физика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол №10 от 27.05.2025
Заседания кафедры физики, математики и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2025

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности компетенций УК-1; ПК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Умеет:

- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем дифференциальных уравнений.

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

Умеет: применять в обучении элементам дифференциальных уравнений основные приёмы мышления

Владеет: основными приёмами поиска решения задач по дифференциальным уравнениям

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: особых требований нет/ Инструменты: в рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения, согласно которой разработанные задания имеют критерии оценки в баллах.

Расходные материалы: особых требований нет

Доступ к дополнительным справочным материалам: особых требований нет

Нормы времени: на подготовку к ответу отводится 40 минут, на ответ –20 минут.

Проверяемая компетенция:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет:

- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем дифференциальных уравнений.

Проверяемая компетенция:

ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету

Проверяемый индикатор достижения компетенции:

ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания

Проверяемый (ые) результат (ы) обучения:

Умеет: применять в обучении элементам дифференциальных уравнений основные приёмы мышления

Владеет: основными приёмами поиска решения задач по дифференциальным уравнениям
Тип (форма) задания: задачи

Пример типовых заданий (оценочные материалы):
Тема «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка»
Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

1) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$
2) $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$
3) $e^y dx + (x \cdot e^y - 2y) dy = 0$
4) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$
5) $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 1$
6) $\frac{xdy}{x^2+y^2} = \left(\frac{y}{x^2+y^2} - 1\right) dx$
7) $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$
8) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$
9) $(2x^3 - xy^2)dx + (2y^3 - x^2 y)dy = 0$
10) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$
11) $xy' + y = y^2 \ln x$
12) $e^y dx + (x \cdot e^y - 2y) dy = 0$
13) $y' = \frac{y}{x} ln \frac{y}{x}$
14) $(1 + x^2)y' + -2xy = (1 + x^2)^2$
15) $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{y}{x^2}\right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{1}{x}\right) dy = 0$
16) $xdy - ydx = ydy$
17) $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{cos^2 x}$
18) $\left(1 + x\sqrt{x^2 + y^2}\right)dx + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 1\right)dy = 0$
19) $y' = \frac{x-2y}{x+2y}$
20) $y' + y = cos\, x$

Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям:

1) $y' \cdot sin\, x = y \cdot ln\, y,\ y|_{x=\pi/2} = e$
2) $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2},\ y|_{x=0} = 1$
3) $sin\, y \cdot cos\, x\, dy = cos\, y \cdot sin\, x\, dx,\ y|_{x=0} = \frac{\pi}{4}$
4) $y - xy' = 1 + x^2 y',\ y|_{x=1} = 1$
5) $xyy' = 1 - x^2,\ y|_{x=1} = 1$
6) $xy' + y = y^2,\ y|_{x=2} = \frac{1}{3}$
7) $yy' = \frac{1-2x}{y},\ y|_{x=1} = 3$
8) $(xy^2 + x)dx + (y - x^2 y)dy = 0,\ y|_{x=0} = 1$
9) $y' \cdot tgx - y = 1,\ y|_{x=\pi/2} = 1$
10) $\sqrt{1 - y^2}dx + y\sqrt{1 - x^2}dy = 0,\ y|_{x=0} = 0$

Тема «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков»
Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$
2) $y'' + y = -8\, cos\, 3\, x$
3) $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$
4) $y'' + y = 4xe^x$
5) $y'' + y = 4\, sin\, x$
6) $y'' - 5y' + 4y = 4x^2 e^{2x}$
7) $y'' - 4y' + 8y = sin\, 2\, x$
8) $y''' + 2y'' + y' = 3x^2 + 4$
9) $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(x^2 + x)$
10) $y'' - 7y' + 6y = sin\, x$
11) $2xy'y'' = (y')^2 - 1$
12) $y'' - 3y' + 2y = 10e^{-x}$
13) $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$
14) $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$

15) $y'' + 2y' + 5y = -\frac{17}{2} cos\, 2\, x$
16) $y'' - 2y' + 2y = 2x$
17) $y'' - 3y' + 2y = 2\, sin\, x$
18) $y''(e^x + 1) + y' = 0$
19) $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$
20) $x^2 y'' = (y')^2$
21) $y'' + y = -8\, cos\, x$
22) $y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 30$
23) $y'' + y = cos\, x$
24) $y''(2y' + x) = 1$
25) $(x + 1)y'' = 1$
26) $y'' + y = 2x^3 - x + 2$
27) $y'' - 3y' + 2y = 2e^x\, cos\, \frac{x}{2}$
28) $2x^2 y'' = (y')^2$
29) $y'' + 2y' + 5y = 2xe^{-x}$
30) 2. $y'' + y' - 5y = 50 \cos x$

Контрольная работа состоит из трёх задач на отыскание общего решения или общего интеграла обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка и одной задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Каждая задача оценивается максимум в 7 баллов.

Критерии оценки:

7 баллов – верно определён тип уравнения и указан метод решения (выполнена замена); верно проведены преобразования и вычислены интегралы; верно записан ответ;

5-6 баллов – верно определён тип уравнения и указан метод решения; допустимы незначительные ошибки в преобразованиях; верно вычислены интегралы; верно записан ответ;

3-4 балла - верно определён тип уравнения и указан метод решения (выполнена замена); допустимы незначительные ошибки в преобразованиях и вычислении интегралов;

1-2 балла - верно определён тип уравнения и указан метод решения (выполнена замена); допущены значительные ошибки при вычислении интегралов и проведении преобразований;

0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.

Коллоквиум «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка»

Билет коллоквиума включает один теоретический вопрос из программы коллоквиума и одну задачу на отыскание общего решения или общего интеграла обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка.

Программа коллоквиума

1. Определение дифференциального уравнения, порядок дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения, классификация дифференциальных уравнений.

2. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, общий вид, общее, частное, особое решения (интегралы).

3. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка (без доказательства).

4. Дифференциальные уравнения с разделёнными переменными, методы решения.

5. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, методы решения.

6. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка, методы решения (метод Лагранжа и метод Бернулли).

7. Дифференциальные уравнения Бернулли, методы решения (сведение к линейному, метод Бернулли).

8. Однородные дифференциальные уравнения, методы решения.

9. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах, методы решения.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений или теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов решения задачи.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений или теорем, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов решения задачи; допустимы негрубые ошибки.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, верно определён тип уравнения в задаче.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе, задача решена неверно.

Тема «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков»

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

1) $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$
2) $y'' + y = -8\, cos\, 3\, x$
3) $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$
4) $y'' + y = 4xe^x$

5) $y'' + y = 4\sin x$
6) $y'' - 5y' + 4y = 4x^2e^{2x}$
7) $y'' - 4y' + 8y = \sin 2x$
8) $y''' + 2y'' + y' = 3x^2 + 4$
9) $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(x^2 + x)$
10) $y'' - 7y' + 6y = \sin x$
11) $2xy'y'' = (y')^2 - 1$
12) $y'' - 3y' + 2y = 10e^{-x}$
13) $y'' - 6y' + 9y = 2x^2 - x + 3$
14) $y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0$
15) $y'' + 2y' + 5y = -\frac{17}{2}\cos 2x$
16) $y'' - 2y' + 2y = 2x$
17) $y'' - 3y' + 2y = 2\sin x$
18) $y''(e^x + 1) + y' = 0$
19) $y'' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$
20) $x^2y'' = (y')^2$
21) $y'' + y = -8\cos x$
22) $y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 30$
23) $y'' + y = \cos x$
24) $y''(2y' + x) = 1$
25) $(x + 1)y'' = 1$
26) $y'' + y = 2x^3 - x + 2$
27) $y'' - 3y' + 2y = 2e^x \cos\frac{x}{2}$
28) $2x^2y'' = (y')^2$
29) $y'' + 2y' + 5y = 2xe^{-x}$
30) 2. $y'' + y' - 5y = 50\cos x$

Контрольная работа состоит из трёх задач на отыскание общего решения или общего интеграла обыкновенного дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка, и на отыскание общего решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка.

Каждая задача оценивается максимум в 5 баллов.

Критерии оценки:

5 баллов – верно указан тип уравнения, уравнение решено верно, верно записан ответ.

4 балла – при решении уравнения допущены неточности, не влияющие на результат.

2-3 балла – при решении уравнения допущены ошибки, исправленные после проверки преподавателем.

1 балл – при решении уравнения допущены грубые ошибки.

0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.

Коллоквиум «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков»

Билет коллоквиума включает один теоретический вопрос из программы коллоквиума и одну задачу на отыскание общего решения или общего интеграла обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

Программа коллоквиума

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения высших порядков.

2. Задача Коши для дифференциального уравнения n-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения n-го порядка (без доказательства).

3. Общее, частное и особое решения дифференциального уравнения n-го порядка.

4. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка (три типа).

5. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения.

6. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Свойства решений линейного однородного дифференциального уравнения.

7. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения и теорема её существования.

8. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.

9. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

10. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Различные случаи решения дифференциальных уравнений в зависимости от вида корней характеристического уравнения.

11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Отыскание частного решения такого уравнения в зависимости от вида правой части.

12. Метод вариаций произвольных постоянных для нахождения общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.

Критерии оценки:

10 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений или теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов решения задачи.

7-9 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений или теорем, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов решения задачи; допустимы негрубые ошибки.

4-6 баллов - приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, верно определён тип уравнения в задаче.

0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе, задача решена неверно.

Компетенции	Индикатор	Образовательные результаты	Формальные признаки сформированности компетенции
УК-1	УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Умеет: работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем дифференциальных уравнений.	Даны верные формулировки требуемых теоретических положений, использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные.
			Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики.
			Решение не соответствует вышеуказанным критериям.
ПК-1. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации образовательного процесса по предмету	ПК-1.1. Умеет реализовывать образовательную программу по предмету с учетом специфики содержания, методов и инструментов соответствующей области научного знания	Умеет: применять в обучении элементам дифференциальных уравнений основные приёмы мышления	Продемонстрированы различные приёмы мыслительной деятельности, используемые при изучении математики.
			Продемонстрированные приёмы мыслительной деятельности не позволяют сделать вывод о знании всех основных приёмов мышления.
			Продемонстрированные приёмы мыслительной деятельности не позволяют сделать вывод о знании основных приёмов мышления
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям.
		Владеет: основными приёмами поиска решения задач по дифференциальным уравнениям	Продемонстрированы верные приёмы поиска решения задач
			Допущены незначительные ошибки при поиске решения задачи, впоследствии исправленные
			Допущены ошибки при поиске решения задачи
			Ответ не соответствует вышеуказанным критериям

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

В рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения. Возможные виды учебной работы студентов и критерии оценивания представлены в балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Следует учитывать результаты обучения студента непосредственно в процессе освоения модуля дисциплины по следующим критериям: активное участие в ходе занятия; результаты подготовки домашнего задания; высокое качество выполнения поставленных задач; способность самостоятельно и в отведённый срок решать новые задачи.

Сформированность компетенции на уровне «знает», «умеет», «владеет» проверяется в форме письменного опроса, в процессе решения задач (индивидуальных и контрольных работ), подготовки доклада. При письменном опросе студент демонстрирует знания основных теоретических положений математического анализа, умение обосновывать сформулированные утверждения; в результате выполнения письменной работы студент объясняет решение задач, обосновывает выбор метода решения задачи.

Оценка сформированности компетенций осуществляется в процессе выполнения заданий по модулю в соответствии с разработанными критериями. Максимальный балл за выполненное задание ставится в случае, если задание решено правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

Оценочный лист по результатам промежуточной аттестации

Количество баллов	Критерии оценки
86 – 100 баллов:	Решение задачи включает краткое описание каждого этапа, который строго обоснован. Проведён анализ задачи, в соответствии с которым верно определена последовательность шагов решения. Даны верные формулировки требуемых теоретических положений (определений, правил, теорем), использование терминологического аппарата и математической символики осуществляется осознанно, интерпретируется с учетом специфики задач. Использование методов решения задач, доказательства и опровержения утверждений интерпретируется с учетом специфики задачи, выбранный метод решения задачи обоснован. Приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в теоретических вопросах; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств или обоснований теоретических вопросов.
71 – 85 баллов	В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, не каждый этап решения задачи обоснован. Нарушена последовательность шагов решения задачи, не повлиявшая на конечный результат. Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач, впоследствии исправленные. Используемые при решении задач методы верны, но не учитывают специфику задачи. Приведены верные формулировки определений и теорем при ответе на теоретические вопросы.
56 – 70 баллов	В содержании некоторых этапов решения нарушена логическая последовательность, большинство этапов решения задачи не обоснованы. Последовательность шагов решения задачи нарушена, вследствие чего допущены ошибки в решении. Допущены ошибки в формулировках употребляемых утверждений, используемых при решении задач или в употреблении математической символики. Используемые при решении задач методы не учитывают специфику задачи, допущены ошибки в процессе решения. Приведены неполные формулировки определений и теорем при ответе на теоретические вопросы.
0 – 55 баллов	Ответ не соответствует вышеуказанным критериям.