МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»

Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
____________ Н.Н. Кислова

Иванюк Мария Евгеньевна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Математическая логика и теория алгоритмов»

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль):
«Математика» и «Физика»

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол №1 от 27.08.2021
Заседания кафедры физики, математики
и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления
образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2021

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). Утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 основной профессиональной образовательной программой высшего образования 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профили «Математика» и «Физика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденный приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции – УК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации – контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает: основные модели математической логики и теории алгоритмов; этапы и способы решения задач математической логики и теории алгоритмов;

Умеет: пользоваться математической символикой и терминологией.

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает: основные понятия и теоремы математической логики и теории алгоритмов;

Умеет: применять теоретические знания математической логики и теории алгоритмов к решению задач

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: формулировать и доказывать основные утверждения математической логики и теории алгоритмов и строить контрпримеры выбирает оптимальный метод при решении задач;

Владеет: основными методами решения задач математической логики и теории алгоритмов, доказательства и опровержения математических утверждений;

7 семестр – экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к экзамену

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 40 минут на подготовку, 15 минут на ответ

Билет к экзамену состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи. (Первый вопрос касается математической логики, второй теоретический вопрос – теории алгоритмов. Задача может быть либо из раздела математическая логика, либо из раздела теории алгоритмов)

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Проверяемые индикаторы достижения компетенции:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Проверяемые результаты обучения:

Знает: основные модели математической логики и теории алгоритмов; этапы и способы решения задач математической логики и теории алгоритмов;

Умеет: пользоваться математической символикой и терминологией.

Знает: основные понятия и теоремы математической логики и теории алгоритмов;

Умеет: применять теоретические знания математической логики и теории алгоритмов к решению задач

Умеет: формулировать и доказывать основные утверждения математической логики и теории алгоритмов и строить контрпримеры выбирает оптимальный метод при решении задач;

Владеет: основными методами решения задач математической логики и теории алгоритмов, доказательства и опровержения математических утверждений;

Пример типовых заданий

Вопросы к экзамену

1. Сформулируйте определение, свойства или теорему, указанную в задании.
2. Докажите некоторые из свойств, указанных в вашем задании, докажите теорему:
3. Задача

Примерные теоретические вопросы к экзамену

1.Понятие высказывания, примеры.
2.Операции над высказываниями.
3.Понятие формулы алгебры высказываний.
4.Классификация формул алгебры высказываний.
5.Равносильные формулы.
6.Основные равносильности.
7. Закон двойственности.
8. Элементарная конъюнкция и дизъюнкция.
9. Критерий тождественной истинности элементарной дизъюнкции.
10.Критерий тождественной ложности элементарной конъюнкции.
11. Дизъюнктивная нормальна форма (ДНФ) формулы алгебры высказываний, схема составления.
12.Конъюнктивная нормальная форма (КНФ) формулы алгебры высказываний, схема составления.
13. Критерий тождественной истинности формулы алгебры высказываний.
14.Критерий тождественной ложности формулы алгебры высказываний.
15. СДНФ формулы алгебры высказываний, схема составления.
16. СКНФ формулы алгебры высказываний, схема составления.
17.Булевы функции. Число различных булевых функций от n переменных.
18.Анализ и синтез релейно-контактных схем.
19.Первоначальные понятия исчисления высказываний. Аксиомы. Правила вывода.
20.Условно выводимые формулы. Определение. Примеры.
21. Теорема дедукции (без доказательства).
22. Требования, предъявляемые к системе аксиом исчисления высказываний.
23. Понятие предиката. Множество определения и множество истинности предиката.
24. Логические операции над предикатами.
25. Равносильные предикаты.
26.Классификация предикатов.
27. Кванторные операции над предикатами.
28. Логическое следствие. Необходимое условие, достаточное условия. Условия необходимые и достаточные.
29. Строение и виды теорем.
30. Формулы логики предикатов. Их классификация.
31. Равносильные формулы логики предикатов.
32.Основные равносильности логики предикатов с кванторами.
33. Проблема разрешения в логике предикатов. Теорема Черча.
34.Понятие аксиоматической теории. Примеры аксиоматических теорий.
35.Основные характеристики аксиоматических теорий.
36.Понятие формальной аксиоматической теории. Примеры формальных аксиоматических теорий.
37. Формальная арифметика. Теорема Геделя о ее неполноте.
38.Интуитивное понятие алгоритма.
39.Характерные свойства алгоритмов.
40.Машина Тьюринга
41.Вычислимые по Тьюрингу функции.
42.Правильно вычислимые функции на машине Тьюринга.
43.Композиция машин Тьюринга.
44.Тезис Тьюринга
45.Рекурсивные функции
46.Операторы: суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации
47.Частично- рекурсивные функции
48.Свойства частично- рекурсивных функций
49.Общерекурсивные функции
50.Функция Аккермана
51.Тезис Черча
52.Вычислимость по Тьюрингу частично рекурсивных и примитивно рекурсивных функций
53.Частичная рекурсивность функций вычислимых по Тьюрингу
54.Нормальные алгоритмы Маркова
55.Марковские подстановки

56. Нормально вычислимые функции
57. Принцип нормализации Маркова
58. Вычислимая функция
59. Разрешимые и перечислимые множества
60. Теорема Поста (о разрешимом множестве)
61. Нумерации
62. Эффективная нумерация программ
63. Теорема о существовании перечислимого, но не разрешимого множества
64. Проблема остановки.
65. Алгоритмическая сводимость проблем

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 – обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 – обучающийся знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. Привести к конъюнктивной нормальной форме (КНФ) и дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ) следующие формулы:

а) $(X \wedge Y \to Z) \wedge (X \to Y)$,

б) $(X \wedge Y \to Z) \to (X \leftrightarrow Z)$,

в) $(X \to Y) \to (\overline{Y} \to X \wedge Z)$,

г) $X \vee \overline{X \wedge Y \vee \overline{Y} \wedge Z} \to X \vee Y \wedge Z$.

2. Используя критерий тождественной истинности и тождественной ложности формулы, установить, будет ли данная формула тождественно истинной, тождественно ложной или выполнимой.

а) $X\overline{Y}(X \to Z) \leftrightarrow \overline{Z}$,

б) $(X \to Y)Z \to X \vee Y \vee Z$,

в) $(X \to Z) \to ((Y \to Z) \to (X \vee Y \to Z))$,

г) $\overline{X} \to \overline{\overline{X}Y \to XYZ}\,\overline{X} \vee YZ$.

3. Для следующих формул найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем равносильных преобразований и используя таблицы истинности):

а) $\overline{X}(Y \to Z) \to \overline{\overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}}$

б) $X(Y\overline{Z} \to X)$

в) $X(Y\overline{Z} \to \overline{X})$

4. Приведением к совершенным нормальным формам, выяснить, являются ли следующие формулы равносильными:

а) $X \vee Y \leftrightarrow Z \quad и \quad (\overline{X} \vee Z)(\overline{Y} \vee Z)(Z \to X \vee Y)$

б) $(X \to Y) \to Z \quad и \quad (X\overline{Y} \vee Z)(\overline{X} \vee \overline{Z} \vee Y)$

в) $\overline{X\overline{Y}} \to (\overline{Y} \to X) \quad и \quad \overline{X \to Y} \vee X \vee Y$

5. Найти ДНФ и КНФ для булевой функции от трех переменных:

а) которая принимает значение 1 тогда и только тогда, когда точно одна из переменных принимает значение 1.

б) которая принимает значение 0, тогда и только тогда, когда хотя бы две переменные принимают значение 1.

в) которая принимает такое же значение, что и ее первый аргумент.

6. Для булевых функций задачи 5 найдите наипростейшие формулы алгебры высказываний среди равносильных формул, представляющих эти функции.

7. Выяснить, равносильны ли предикаты, если их последовательно рассматривать заданными на множестве R, затем на множестве Q, затем на множестве Z и, наконец, на множестве N.

а) $x^5 - 16x = 0$ и $(x^3 - 2x)(x^2 - 4) = 0$, б) $\frac{x^2-1}{3}<2$ и $|x|\le 2$,

в) $\frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}}=x-\sqrt{2}$ и $\sin 2x = 2\sin x\cos x$,

8. Среди предикатов укажите тождественно истинные, тождественно ложные, выполнимые.

а) $\ln\left(x^2+6x+10\right)<0$, $x\in R$,

б) $(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$, $x\in R$,

в) $tg^2x+1=\frac{1}{\cos^2 x}$, $x\in R$,

9. Для предикатов $A(x)$ и $B(x)$ заданных на множестве $M=\{1,2,\dots.30\}$ найдите множества истинности $A(x)\wedge B(x)$, $A(x)\vee B(x)$, $\overline{A(x)}$, $\overline{B(x)}$, $A(x)\to B(x)$, $B(x)\to A(x)$, $A(x)\leftrightarrow B(x)$.

а) $A(x)$: « $x \vdots 2$ », $B(x)$: « $x \vdots 5$ »,

б) $A(x)$: « x - простое число», $B(x)$: « x - четное число».

10. Изобразите на координатной плоскости множества истинности следующих предикатов, заданных на множестве $R\times R$.

а) « $x^2>16$ » $\vee$ « $x^3-4x\ge 0$ »,

б) «$|x|<2$» $\leftrightarrow$ «$|x|<3$»,

в) « $|x-y|<2$ » $\wedge$ « $x>0$ »,

г) « $x^2+y^2<9$ » $\to$ «$|x|<1$».

11. Из следующих предикатов с помощью кванторов $\forall$ и $\exists$ постройте всевозможные высказывания и определите, какие из них истинны, а какие ложны:

а) $\sqrt{(x-3)^2}=x-3$, $x\in R$,

б) $\sqrt{(x-3)^2}=|x-3|$, $x\in R$,

в) $|x-y|<2$, $x\in R$, $y\in R$,

г) $x^2+y^2=4$, $x\in R$, $y\in R$.

12. Определите является ли один из предикатов, заданных на множестве действительных чисел, логическим следствием другого:

а) $A(x)$: « $x^3-6x^2+11x-6=0$ », $B(x)$: «$|x-2|=1$».

б) $A(x)$: « $x^2\le 0$ », $B(x)$: « $2^{|x|}=\cos x$ ».

в) $A(x)$: «$|x|\le 5$ », $B(x)$: « $x^2-3x-10=0$ ».

г) $A(x)$: « $\sin^2 x+cos^2x=1$ »,

$B(x)$: « $tg^2x+1=\frac{1}{cos^2x}$ ».

13. Найдите $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$, $f(5)$ для приведенных ниже рекурсивных функций:

1) $\begin{cases} f(0)=1, \\ f(1)=3, \\ f(k)=2f(k-1)-f(k-2). \end{cases}$ 6) $\begin{cases} f(0)=2, \\ f(1)=4, \\ f(k)=3f(k-1)-2f(k-2). \end{cases}$

14. Найдите явные выражения для *f(n)*, исключив рекурсию из следующих определений:

1) $\begin{cases} f(0)=1, \\ f(k)=2f(k-1). \end{cases}$ 6) $\begin{cases} f(0)=2, \\ f(k)=\dfrac{f(k-1)!}{k!}. \end{cases}$

15. Докажите, что $a_n = 3^n - n3^{n+1}$ удовлетворяет рекурсивному определению

$$\begin{cases} a_0 = 5, \\ a_1 = -6, \\ a_k = 6a_{k-1} - 9a_{k-2} \ \text{при k} \ > 1 \end{cases}$$

16. Сконструируйте машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0, 1\}$, которая каждое слово в алфавите $A_1 = \{1\}$ перерабатывает в пустое слово, исходя из стандартного начального положения.

17. Нормальный алгоритм в алфавите $A = \{a, b, 1\}$ задается схемой: $a \to 1,\ b \to 1$. Примените его к словам: **а)** *фифиффж* **б)** *ифифиiффж* **в)** *aaa*ж **г)** *ииии*ж **д)** *ффиии11*ж **е)** *11ффи*ж **ж)** *ифффи1ф*ж **з)** *111ффи1*ж **и)** *ффии*ж **к)** *фииф*ж **л)** *фиффиии*ю

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; обучающийся знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – обучающийся знает теорию, обучающийся решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – обучающийся знает теорию, обучающийся знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 – обучающийся знает теорию, обучающийся знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность компетенции на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме экзамена. На экзамене обучающийся демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение.

Сформированность компетенции на уровне «владеет» проверяется в процессе доказательства теорем, решения задач и пояснения их решения.