МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»

Кафедра физики, математики и методики обучения

Утверждаю
Проректор по учебно-методической
работе и качеству образования
_____ Н.Н. Кислова

Иванюк Мария Евгеньевна

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Алгебра»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль): «Математика» и «Информатика»
Квалификация выпускника
Бакалавр

Рассмотрено
Протокол № 1 от 28.08.2018
Заседания кафедры физики, математики и методики обучения

Одобрено
Начальник Управления образовательных программ
Н.А. Доманина

Самара 2018

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Алгебра» разработан в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125, основной профессиональной образовательной программой «Математика» и «Информатика» с учетом требований профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н. (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 6 декабря 2013 г., регистрационный № 30550), с изменениями, внесенными приказами Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 25 декабря 2014 г. № 1115н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 19 февраля 2015 г., регистрационный № 36091) и от 5 августа 2016 г. № 422н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 23 августа 2016 г., регистрационный № 43326).

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности части компетенции – УК-1 (УК-1.1, УК-1.2, .УК-1.3)

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения результатов обучения по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям: УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

.

1 семестр – контрольная работа

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: текст контрольной работы

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: Студент выполняет контрольную работу в аудитории, время выполнения 90 минут

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;
- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);
- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);
- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;
- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Тип (форма) задания: контрольная работа состоит из семи заданий .

Пример типовых заданий (оценочные материалы):

Примерный вариант контрольной работы

1. Выполните действия

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 4x_5 = 1 \\ -4x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_5 = -3 \end{cases}.$

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера, выполните проверку

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 7 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = -3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 14 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 = -3 \end{cases}.$$

4. Решите систему уравнений с помощью обратной матрицы $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 7x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_3 = -3 \\ -2x_1 + x_2 - 8x_3 = 15 \end{cases}.$

5. Вычислите:

$$\frac{(7+8i)(-2-3i)+(27+34i)}{(11-i)-(2+3i)(4+5i)};$$

6. На комплексной плоскости найдите все точки, изображающие комплексные числа z, удовлетворяющие следующим условиям:

1) $\begin{cases} |z| \ge 1 \\ |z+1| \le 2 \end{cases};$

7. Вычислите:

1) $\sqrt[5]{\dfrac{-\sqrt{3}+i\sqrt{3}}{\sqrt{75}-5i}};$

Оценочный лист к типовому заданию

Критерии оценки	Баллы

студент знает теорию, студент предлагает схему решения студент, знает алгоритмы решения задачи	0-2
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения*	3-4
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение*	5-10

1 семестр – экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к экзамену

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 30 минут на подготовку, 10 минут на ответ

Билет к экзамену состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Пример типовых заданий:

Вопросы к экзамену

1. Матрицы: определение, размерность, виды матриц.
2. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование, правила выполнения действий над матрицами, свойства операций. Согласованность матриц.
3. Определители 2-ого и 3-его порядков.
4. Перестановки. Четность перестановки.
5. Определители n-ого порядка. Свойства определителей
6. Разложение определителей по элементам ряда. Методы вычисления определителей
7. Системы линейных уравнений. Основные понятия (коэффициенты, переменные, свободные члены, решение, корни).
8. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса
9. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными (формулы Крамера).
10. Определение, условие существования обратной матрицы.
11. Определитель произведения квадратных матриц.

12. Методы нахождения обратной матрицы.
13. Матричные уравнения. Запись и решение систем линейных уравнений в матричной форме.
14. Арифметическое n-мерное векторное пространство.
15. Линейная зависимость векторов.
16. Ранг и базис конечной системы векторов.
17. Ранг матрицы, методы его вычисления.
18. Критерий совместности системы m линейных уравнений с n неизвестными, его применение к решению систем линейных однородных уравнений.
19. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
20. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль, аргумент.
21. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. Выполните действия:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найдите значение многочлена $f(x) = x^2 - 5x + 3$, где $x = A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

3. Вычислите АВ – ВА:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислите определители:

1) $\begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

5. Найдите какие-либо решения уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Решите системы линейных уравнений методом Гаусса:

1. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -3 \\ -2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 14 \\ 8x_1 + 6x_2 + 12x_3 - 5x_4 = -13 \end{cases}$; 2. $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = -5 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3 \end{cases}$

7. Решите системы линейных уравнений по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

8. Решите системы линейных однородных уравнений

1) $\begin{cases} 4x_1+2x_2+4x_3-x_4=0 \\ 2x_1+x_2+3x_3=0 \\ -2x_1-3x_2-7x_3+3x_4=0 \\ 8x_1+6x_2+12x_3-5x_4=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2x_1-4x_2+3x_3-2x_4=0 \\ x_1-2x_2-2x_3-x_4=0 \\ 3x_1-6x_2+5x_3-3x_4=0 \\ 4x_1-8x_2-3x_3-4x_4=0 \end{cases}$

9. Решите системы линейных уравнений в матричной форме

1) $\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3=9 \\ 3x_1-5x_2+x_3=-4 \\ 4x_1-7x_2+x_3=5 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} -2x_1+x_2+x_3=1 \\ 3x_1-6x_2+3x_3=-2 \\ x_1+x_2-2x_3=4 \end{cases}$

10. Вычислите линейную комбинацию векторов $5b_1-6b_2+7b_3-b_4$, если $b_1=a_1-a_2+a_3$, $b_2=2a_1-a_2$, $b_3=a_1+2a_2-3a_3$, $b_4=a_1+a_2+2a_3$, где $a_1=(1;-1;2;-2)$, $a_2=(1;1;-1;-1)$, $a_3=(3;0;-1;2)$.

11. Решите уравнение $2a_1+3a_2-a_3-7x=a_4$, где $a_1=(-1;2;-3;4)$, $a_2=(-1;-1;-1;5)$, $a_3=(2;-5;-1;3)$, $a_4=(2;1;-2;-1)$.

12. Дана система векторов $a_1=(1;1;4;2)$, $a_2=(1;-1;-2;4)$, $a_3=(0;2;6;-2)$, $a_4=(-3;-1;3;4)$, $a_5=(-1;0;-4;-7)$.

Будет ли система векторов линейно зависима? Можно ли представить вектор a_5 в виде линейной комбинации векторов a_1, a_2, a_4?

13. Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$.

14. Исследуйте и решите системы линейных уравнений:

1) $\begin{cases} 4x_1+3x_2-3x_3-x_4=4 \\ 3x_1-x_2+3x_3-2x_4=1 \\ 3x_1+x_2-x_4=0 \\ 5x_1+4x_2-2x_3+x_4=0 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4=4 \\ x_2-x_3+x_4=-3 \\ x_1+3x_2-3x_4=1 \\ -7x_2+3x_3+x_4=-3 \end{cases}$.

15. Найдите действительные числа x и y, если:

$(x+3iy)+(2y-3ix)=1+2i$;

16.Решите уравнения:

1) $z+2\bar{z}=3+i$; 2) $z\operatorname{Im}z=-i$.

17.Вычислите:

$$\frac{(7+8i)(-2-3i)+(27+34i)}{(11-i)-(2+3i)(4+5i)};$$

18.Решите уравнение:

$9z^2+6z+10=0$

19. На комплексной плоскости найдите все точки, изображающие комплексные числа z, удовлетворяющие следующим условиям:

1) $\begin{cases} |z|\ge 1 \\ |z+1|\le 2 \end{cases}$; 2) $\operatorname{Im}z\ge 2$ *или* $\operatorname{Re}z<3$.

20. Вычислите:

1) $\sqrt[5]{\dfrac{-\sqrt{3}+i\sqrt{3}}{\sqrt{75}-5i}}$; 2) $\sqrt[4]{\dfrac{1+i}{\sqrt{75}-5i}}$.

21. Имеются три банка, каждый из которых начисляет вкладчику определенный годовой процент (свой для каждого банка). В начале года $1/3$ вклада размером 6000 ден. ед. вложили в банк 1, $1/2$ вклада – в банк 2 и

оставшуюся часть – в банк 3 и к концу года сумма этих вкладов возросла до 7250 ден. ед. Если бы первоначально $1/6$ вклада положили в банк 1, $2/3$ – в банк 2 и $1/6$ – в банк 3, то к концу года сумма вклада составила бы 7200 ден. ед.; если бы $1/2$ вклада положили в банк 1, $1/6$ – в банк 2 и $1/3$ – в банк 3, то сумма вкладов в конце года составила бы вновь 7250 ден. ед. Какой процент выплачивает каждый банк?

22. Чему будет равен ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1-\delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2-\delta & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 3-\delta \end{pmatrix}$$

при различных значениях параметра δ.

23. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = \lambda. \end{cases}$$

24. Полагая $\omega_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\omega_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$, определите $\omega_1^n + \omega_2^n, n \in Z$.

25. Найдите все комплексные числа, удовлетворяющие условию $\overline{x} = x^{n-1}$, где $\overline{x}$ - сопряженное x.

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

2 семестр – контрольная работа

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: текст контрольной работы

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: Студент выполняет контрольную работу в аудитории, время выполнения 90 минут

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Тип (форма) задания: контрольная работа состоит из семи заданий.

Пример типовых заданий (оценочные материалы):

Примерный вариант контрольной работы

1. Найдите линейное многообразие решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -1. \end{cases}$$

2. Покажите, что каждая из систем векторов $e_1 = (-1;2;3)$, $e_2 = (0;5;4)$, $e_3 = (2;3;1)$ и $e_1' = (1;2;4)$, $e_2' = (3;-1;2)$, $e_3' = (0;1;-1)$ образует базис пространства V_3 и найдите матрицу перехода от базиса $\{e_1, e_2, e_3\}$ к базису $\{e_1', e_2', e_3'\}$.

3. Подпространство L_1 натянуто на векторы $a_1 = (-1;2;4)$, $a_2 = (3;6;5)$, $a_3 = (1;10;13)$. Подпространство L_2 натянуто на векторы $b_1 = (2;8;9)$, $b_2 = (-2;3;4)$, $b_3 = (1;-1;5)$. Найдите размерность и базис подпространства $L_1 + L_2$ и размерность подпространства $L_1 \cap L_2$.

4. Дополнить до ортогонального базиса пространства E_4.

. $e_1 = (4/5,\ 0,\ 3/5,\ 0);\quad e_2 = (-3/5,\ 0,\ 4/5,\ 0).$

5. Процессом ортогонализации построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов: $e_1 = (1,\ 0,\ -1,\ 0);\quad e_2 = (2,\ 1,\ 0,\ 1);\quad e_3 = (1,\ 1,\ 1,\ 1);\quad e_4 = (3,\ 2,\ 1,\ 2).$

6. Выяснить является ли оператор, заданный как функция от координат вектора $x = (x_1,\ x_2, \ldots, x_n)$, линейным. Для линейного оператора найти его матрицу в базисе, в котором заданы координаты векторов $x,\ \varphi(x),\ f(x).\ \varphi(x) = (x_1 - x_2,\ x_2 - x_3,\ x_1 - x_3);\ f(x) = (x_1 + 3x_2,\ x_2 + 4x_3,\ x_3 + 5).$

7. Найти матрицу линейного оператора φ в базисе $\{e_1',\ e_2',\ e_3'\}$, если его матрица A задана в базисе $\{e_1,\ e_2,\ e_3\}$.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}. \qquad \begin{matrix} e_1 = (1,\ 1,\ 0), & e_1' = (1,\ -3,\ 2), \\ e_2 = (1,\ 0,\ 1), & e_2' = (0,\ -2,\ 1), \\ e_3 = (2,\ 2,\ 1). & e_3' = (2,\ -1,\ 1). \end{matrix}$$

Оценочный лист к типовому заданию (модельный ответ):

Оценочный лист к типовому заданию

Критерии оценки	Баллы

студент знает теорию, студент предлагает схему решения студент, знает алгоритмы решения задачи	0-2
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения*	3-4
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение*	5-10

2 семестр зачет с оценкой

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к зачету

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 40 минут на подготовку, 10 минут на ответ

Билет к зачету состоит из одного теоретического вопроса и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Пример типовых заданий:

Вопросы к зачету с оценкой

1. Определение линейного (векторного) пространства.
2. Определение векторного подпространства.
3. Критерий подпространства.
4. Определение линейной комбинации векторов.
5. Определение линейно зависимой системы векторов.
6. Определение линейно независимой системы векторов.
7. Свойства линейно зависимых векторов.
8. Определение ранга конечной системы векторов.
9. Определение базиса конечной системы векторов.
10. Размерность векторного пространства.
11. Определение базиса векторного пространства.
12. Определение координат вектора в заданном базисе.

13. Операции над векторами в координатах.
14. Определение изоморфных пространств.
15. Определение матрицы перехода от одного базиса к другому.
16. Запишите связь координат вектора при изменении базиса.
17. Операции над подпространствами.
18. Определение линейного многообразия решений системы линейных уравнений.
19. Определение скалярного произведения.
20. Определение невырожденного скалярного произведения.
21. Свойства скалярного произведения.
22. Определение ортогональных векторов.
23. Определение ортогональной системы векторов.
24. Определение ортогонального базиса.
25. Процесс ортогонализации.
26. Определение ортогонального дополнения к подпространству.
27. Определение Евклидова пространства.
28. Определение нормы вектора.
29. Определение ортонормированного базиса.
30. Изоморфизм Евклидовых пространств.
31. Определение оператора.
32. Определение линейного оператора.
33. Свойства линейного оператора.
34. Матрица линейного оператора.
35. Связь координат-столбцов образа и прообраза.
36. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
37. Геометрические свойства линейного оператора.
38. Образ линейного оператора.
39. Ранг линейного оператора.
40. Ядро линейного оператора.
41. Дефект линейного оператора.
42. Операции над линейными операторами.
43. Теорема о связи ранга и дефекта линейного оператора.
44. Определение собственного вектора и собственного значения линейного оператора.
45. Характеристическое уравнение линейного оператора.

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1.Найдите линейное многообразие решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -1 \end{cases}$$

2. Покажите, что каждая из систем векторов a_1=(-1,2,3); a_2=(0,5,4); a_3=(2,3,1) и b_1=(1,2,4); b_2=(3,-1,2); b_3=(0,1,-1) образует базис пространства V_3, и найдите матрицу перехода от базиса { a_1, a_2, a_3 } к базису { b_1, b_2, b_3 }.

3. Дан вектор $x = 2(e_1 + e_2 + \ldots + e_n)$. Разложите вектор x по базису $e'_1, e'_2, \ldots, e'_n$, если $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = e_2 + e_3$, $e'_3 = e_3 + e_4, \ldots$, $e'_{n-1} = e_{n-1} + e_n$, $e'_n = e_{n-1} + e_1$.

4. В резерв проводников вагонов для выдачи им ежедневно поступают со склада: 1) сахар, 2) чай, 3) печенье, 4) шоколад, 5) древесный уголь. Пусть $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ – соответственно приращения за день количества (в кг) этих поступлений. Если $\alpha_i > 0$, то соответствующего продукта или угля поступило больше, чем выдано в этот день, а если $\alpha_i < 0$, то их выдано больше, чем поступило со склада. Является ли совокупность систем чисел $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$ линейным пространством над полем рациональных чисел Q ? Что означает вектор $(-250, 5, 0, -100, 2)$?

5. Линейное пространство V имеет базисные векторы e_1 и e_2. Линейный оператор φ переводит базисные векторы в φ(e_1) = a_1 и φ(e_2) = a_2 . Найдите матрицу линейного оператора φ в базисе e_1', e_2'.

e_1 = (1; 1) e_1' = (1; 0) a_1 = (3; 1)

e_2 = (0; 2) e_2' = (-1; -2) a_2 = (-1; 3)

6. Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. . Найдите ранг, ядро и дефект линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

8. Пусть φ и ψ – линейные операторы пространства V_3, заданные матрицами $A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $B_\psi = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответственно в базисах $a_1 = (1,\ 0,\ 0)$, $a_2 = (0,\ 1,\ 0)$, $a_3 = (0,\ 0,\ 1)$; $b_1 = (1,\ 1,\ 0)$, $b_2 = (0,\ 1,\ 1)$, $b_3 = (1,\ 0,\ 1)$. Найти матрицы операторов $\varphi + \psi$, $\varphi \cdot \psi$ в базисе a_1, a_2, a_3, а также ранг, ядро и дефект каждого из этих операторов.

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

3 семестр — контрольная работа

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: текст контрольной работы

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: Студент выполняет контрольную работу в аудитории, время выполнения 90 минут

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Тип (форма) задания: Контрольная работа состоит из 6 заданий.

Пример типовых заданий (оценочные материалы):

1. Найдите НОД и НОК многочленов $f(x) = x^5 - x^3 + 2x^2 - 2x + 2$ и $\varphi(x) = x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 2x + 6$.
2. Многочлен $f(x) = 5x^3 + x^2 - 1$ разложите по степеням $x + 3$ (двумя способами).
3. Многочлен $f(x) = x^6 - 27$ разложите на неприводимые множители над полем действительных чисел.
4. Определите кратность корня $x_0 = \sqrt{2}$ для многочлена $f(x) = x^5 - 2\sqrt{2}x^4 + 2x^3 + x^2 - 2\sqrt{2}x - 2$
5. Пользуясь схемой Горнера, разложить многочлен $f(x)$ по степеням $x - c$, где

   $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$, c = -1
6. Выразить симметрический многочлен через элементарные симметрические многочлены

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)^2 (x_1 + x_3)^2 (x_2 + x_3)^2.$$

Оценочный лист к типовому заданию

Критерии оценки	Баллы
студент знает теорию, студент предлагает схему решения студент, знает алгоритмы решения задачи	0-2
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения*	3-4
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение*	5-10

3 семестр- зачет с оценкой

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: билеты к зачету

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: 30 минут на подготовку, 10 минут на ответ

Билет к зачету с оценкой состоит из одного теоретического вопроса и одной задачи.

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;
- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);
- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);
- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;
- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Пример типовых заданий:

Вопросы к зачету

1. Определение кольца.
2. Определение делителей нуля.
3. Область целостности.
4. Простое расширение кольца.
5. Кольцо полиномов (многочленов).
6. Определение многочлена, степени многочлена.
7. Свойства степени многочлена.
8. Значение многочлена, свойства.
9. Равенство многочленов. Теорема о тождественно равных многочленах.
10. Делимость многочленов.
11. Свойства делимости.
12. Деление с остатком.
13. Теорема о делении с остатком.
14. Теорема Безу.
15. Схема Горнера.
16. Наибольший общий делитель двух многочленов. Свойства.
17. Взаимно простые многочлены и их свойства.
18. Наименьшее общее кратное многочленов. Свойства.
19. Корень многочлена. Теорема о корне многочлена.
20. Кратный корень многочлена. Теорема о кратном корне многочлена.
21. Приводимые и неприводимые многочлены над полем P. Свойства.
22. Формальная производная многочлена.
23. Формула Тейлора
24. Кратные множители многочлена. Теорема и следствия из нее.
25. Теорема Виета (прямая и обратная).
26. Многочлен от *n* переменных. Подобные одночлены. Равные многочлены.
27. Стандартный вид многочлена. Степень многочлена по переменной, по совокупности переменных.
28. Лексико-графическое расположение многочлена.
29. Высший член многочлена. Теорема о высшем члене многочлена.
30. Симметрический многочлен.
31. Теорема о высшем члене симметрического многочлена.
32. Элементарные симметрические многочлены.
33. Основная теорема теории симметрических многочленов.
34. Теорема Гаусса и следствия из нее.
35. Многочлен над полем действительных чисел (теорема, следствия).
36. Многочлен над полем рациональных чисел (теоремы).
37. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами. Критерий Эйзенштейн**а**

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. Выполните действия:

а) $(x^2+x-1)(2x^2-x+1)$;

б) $(2x-1)^2+(4x^3+2x^2-x-3)\cdot(x^2+4)-(x+1)^3$;

в) $f(x)+\varphi(x)\cdot g(x)$, где $f(x)=x^3+7x^2+8$; $\varphi(x)=x^2-6x+4$; $g(x)=x-1$.

2. Докажите, что значение многочлена не зависит от значения переменной f(x)= $(x^2-3x+2)(2x+5)-(2x^2+7x+17)(x-4)$.

3. Не перемножая, запишите $f(x)$ в стандартном виде:

$f(x)=(x+2)(x+3)(x+4)$; б)* $f(x)=(x-1)(x+2)(x-3)$.

5. Многочлен f(x) разложите по степеням (x-c):

$f(x)=-3x^4+2x^3+4x^2-1, \quad c=2;$

6. Найдите частное и остаток от деления многочлена f(x) на многочлен $\varphi(x)$, если:

а) $f(x)=5x^4-3x^5+3x-1$, $\varphi(x)=x+1-x^2$;

б) $f(x)=2x^4+x^3-5x^2-x+1$, $\varphi(x)=x^2-x$.

7. Найдите все значения a и b, при которых многочлен $f(x)=x^3+ax^2-x+b$ делится на $\varphi(x)=x^2-1$.

8.Докажите следствия из теоремы Безу:

а) $(x^n-a^n)\vdots(x-a)$ при $\forall n$;

б) $(x^{2n}-a^{2n})\vdots(x+a)$ при $\forall n$;

9. Найдите $f(x_0)$ (по определению и по схеме Горнера):

а) $f(x)=5x^4-7x^3+8x^2-3x+7$, $x_0=3$;

б) $f(x)=x^4+2ix^3-(1+i)x^2-3x+(7+i)$, $x_0=-i$;

10 Найдите частное и остаток от деления $f(x)$ на $x-c$:

$f(x)=x^5-2x^4-x^3+2x+5$, $c=7$

11. С помощью алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель многочленов:

$f(x)=x^4+2x^3+2x^2+2x+2$ и $\varphi(x)=x^3+3x+2$;

12. Пользуясь алгоритмом Евклида, подберите многочлены $M_1(x)$ и $M_2(x)$ так, чтобы выполнялось равенство $f(x)\cdot M_1(x)+\varphi(x)\cdot M_2(x)=d(x)$, где $d(x)=(f(x),\varphi(x))$, если $f(x)=2x^4+3x^3-3x^2-5x+2$; $\varphi(x)=2x^3+x^2-x-1$.

13 Чему равен показатель кратности корня:

$x_0=-1$ для многочлена f(x) = $x^6-6x^4-4x^3+9x^2+12x+4$;

14 Разложите на неприводимые множители над полем действительных чисел:

1. x^4+7x^2+16
2. $x^6+x^4+x^2$

15. Отделите кратные множители многочлена:

1. $f(x)=16x^4-8x+3$;
2. $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+5x+2$;

16. Найдите условие, при котором $f(x)=x^5+ax^3+b$ имеет двойной корень, отличный от нуля.

17. Найдите условие, при котором $f(x)=x^5+10ax^3+5bx+c$ имеет тройной корень, отличный от нуля.

18.Многочлен $f(x)$ четвертой степени со старшим коэффициентом равным 1, имеет число -2 трехкратным корнем и при делении на $x+3$ дает остаток, равный -1. Найдите этот многочлен.

19 Найдите частное от деления многочлена $f(x, y) = 3x^5 + y^5 + x^4y + xy^4 + 4x^3y^2 + 2x^2y^3$ на многочлен $\varphi(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x^3 + y^3$.

20 Разложите на множители $f(x, y, z) = x^3 + xyz + x^2z + y^2z - y^3$

21 Докажите, что $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geq 0$ при всех положительных значениях x и y

22. Выразите через элементарные симметрические многочлены:

а) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1x_2 + x_3)(x_1x_3 + x_2)(x_2x_3 + x_1)$;

б) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)(x_1^2 + x_1x_3 + x_3^2)(x_2^2 + x_2x_3 + x_3^2)$.

23. Найдите значение симметрического многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ от корней многочлена $\varphi(x)$, $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3$, $\varphi(x) = 2x^3 + x - 10$;

24. . Избавьтесь от алгебраической рациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{\sqrt[3]{3} + 7}{\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} - 2}.$$

25. Докажите, что многочлен $f(x)$ делится на многочлен $g(x)$ тогда и только тогда, когда все комплексные корни многочлена $g(x)$ являются корнями многочлена $f(x)$.

26. Докажите, что при любых натуральных l, k, m многочлен $f(x) = x^{3l} + x^{3k+1} + x^{3m+2}$ делится на многочлен $g(x) = x^2 + x + 1$.

27. Разложите многочлен на множители над полем комплексных чисел:

а) $f(x) = x^4 + 16$; б) $f(x) = x^4 + 4i$; в) $f(x) = x^2 + (1+i)x + i$.

28. Разложите многочлены на неприводимые множители над полем действительных чисел:

а) $f(x) = x^2 + 2x + 3$

29. Решите уравнения:

а) $3x^3 - 8x + 8 = 0$;

б) $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$.

30. Найдите рациональные корни многочленов:

а) $f(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 - x - 14$;

б) $f(x) = 8x^4 + 2x^3 9x^2 - 2x + 1$;

31. Пользуясь критерием Эйзенштейна, докажите неприводимость многочленов над полем рациональных чисел:

а) $f(x) = 3x^4 - 15x^3 + 10x^2 - 20x + 35$; б) $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x - 12$.

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

4 семестр — контрольная работа

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется

Инструменты:

Расходные материалы: текст контрольной работы

Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен

Нормы времени: Студент выполняет контрольную работу в аудитории, время выполнения 90 минут

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемая компетенция :

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;

- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);

- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);

- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;

- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Пример типовых заданий (оценочные материалы): Контрольная работа

Вариант контрольной работы

1. Определение группы. Примеры. Простейшие свойства групп.
2. Выяснить, является ли группой относительно умножения множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, где $a,b \in R,\ a^2+b^2 \neq 0$.
3. Постройте фактор-группу симметрической группы третьей степени по подгруппе четных подстановок. Составьте таблицу умножения ее элементов.
4. Доказать, что группы $\langle Z,+\ \rangle$ и $\langle 6Z,+\ \rangle$ – циклические. Указать их образующие элементы . Доказать, что $\langle Z,+\ \rangle \cong \langle 6Z,+\ \rangle$.
5. Выясните, есть ли делители нуля в кольце классов вычетов $\langle Z_{10,}+,\cdot\rangle$.
6. В кольце $\langle Z[x],+,\cdot\rangle$ найдите сумму идеалов (x) и (10), пересечение идеалов (x) и (10).
7. Какие из многочленов $x^4+4, x^4-4, x+1, x+i, x^2-i, 4, i, -1$ приводимы в кольце $\langle C[x],+,\cdot\rangle$.
8. Какие из чисел i, $5i$, $5+i$, $3+2i$, $-3+2i$ принадлежат идеалу $2+3i$ кольца целых чисел Гаусса?

Оценочный лист к типовому заданию

Критерии оценки	Баллы
студент знает теорию, студент предлагает схему решения студент, знает алгоритмы решения задачи	0-2
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения*	3-5
студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение*	6-10

4 семестр- экзамен

Требование к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: не требуется
Инструменты:
Расходные материалы: билеты к экзамену
Доступ к дополнительным справочным материалам: не предусмотрен
Нормы времени: 30 минут на подготовку, 10 минут на ответ
Билет к экзамену состоит из двух теоретических вопросов и одной задачи.
Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации
Проверяемые компетенции:

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система равнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями

УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое n-мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;
- теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);
- теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);
- теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;
- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски

Умеет: применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

Пример типовых заданий:

Вопросы к экзамену:

1. Алгебра
2. Группа
3. Порядок группы
4. Подгруппа
5. Критерий подгруппы
6. Теорема Лагранжа
7. Смежные классы. Свойства.
8. Нормальный делитель группы
9. Фактор-группы
10. Порядок элемента группы
11. Циклические группы, теоремы.
12. Изоморфизм групп.
13. Кольцо.
14. Подкольцо.
15. Критерий подкольца.
16. Поля.
17. Идеалы кольца, теоремы.
18. Операции над идеалами.
19. Сравнения и классы вычетов по идеалу.
20. Фактор-кольцо.
21. Делитель нуля.
22. Область целостности.
23. Обратимые элементы.
24. Ассоциированные элементы.
25. Простые и составные элементы области целостности.

26. Факториальное кольцо

Оценочный лист к типовому заданию

0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа

10 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства

15 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы

Пример типовых заданий (задачи)

1. - Выяснить, образует ли группу относительно сложения множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ b & b \end{pmatrix}$, где $a, b \in R.$

2. - Выяснить, образует ли группу относительно сложения множество чисел вида $a + b\sqrt[3]{7}$, где $a, b \in Q.$

3. Найдите фактор-группу аддитивной группы четных целых чисел по подгруппе чисел, кратных 8. Составьте таблицу сложения классов. Укажите нулевой и противоположные элементы.

4. Являются ли нормальными делителями симметрической группы 3-й степени подгруппы $(\{p_0, p_3\}, \cdot)$ и $(\{p_0, p_2, p_4\}, \cdot)$?

5. Найдите порядок элементов $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ в мультипликативной группе невырожденных квадратных матриц 2-го порядка с действительными элементами.

6. Докажите, что группа $(Z_9, +)$ является циклической. Найдите все ее образующие элементы.

7. Докажите, что изоморфны группы $(Z, +)$ и $(5Z, +)$.

8. Докажите, что изоморфны группы $(Z, +)$ и $(G, \cdot)$, где $G = \{x \mid x = 3^t,\ t \in Z\}$.

9. Выясните, является ли кольцом множество чисел вида $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}$ с рациональными a, b, c.

10. Является ли кольцо $\langle Z_7, +, \cdot \rangle$ полем?

11. Выяснить, является ли кольцом множество чисел вида $a + b\sqrt[3]{2}$, где $a, b \in Q$ относительно сложения и умножения

12. Постройте фактор-кольцо кольца $(Z, +, \cdot)$ по идеалу $J = (6)$. Составьте таблицы сложения и умножения классов. Укажите нулевой и единичный, противоположные и обратные элементы, если такие существуют. Является ли это кольцо полем?

13. Найдите сумму идеалов (3) и (6) в кольце $(Z, +, \cdot)$.

14. Какие из многочленов $x^3 - 8,\ x^3 + 8,\ x^2 - 4,\ x^2 + 4,\ 4x^2 + 5x + 6,\ 2x + 4$ принадлежат идеалу $(x + 2)$ кольца $(Z[x], +, \cdot)$?

15. Выяснить, есть ли делители нуля в фактор-кольце кольца $(Z, +, \cdot)$ по идеалу $J = (5)$.

16 Являются ли элементы $3 + \sqrt{3}$ и $9 + 5\sqrt{3}$ кольца $(Z[\sqrt{3}], +, \cdot)$ ассоциированными, обратимыми?

17. Покажите, что в кольце $(Z[\sqrt{-3}], +, \cdot)$ число 4 разлагается в произведение неприводимых множителей двумя существенно различными способами.

18 Какие из чисел составные в кольце $(Z[i], +, \cdot)$: $i,\ -i,\ 3 + i,\ 1 - 3i$?

Критерии оценки решенных задач:

максимальный балл за решенную задачу ставится в случае, если задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых при решении задачи.

0 баллов задача не решена или за отказ от решения задачи

5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя;

15 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения;

20 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение.

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии оценивания сформированности компетенции, формы (процедуры) оценивания представлены в Балльно-рейтинговой карте дисциплины.

Сформированность универсальных компетенций на уровне «знает», «умеет» проверяется в форме контрольной работы, зачета с оценкой и экзамена. Контрольные работы аудиторные рассчитанные на 90 минут

студент выполняет контрольную работу в течение 90 минут, показывая умение решать задачи с пояснением и аргументацией решения и выбора метода решения задачи. На зачете студент демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение решать задачи и пояснять их решение. На экзамене студент демонстрирует знания определений основных понятий, теорем; умение доказывать свойства понятий и теоремы, решать задачи и пояснять их решение.