Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 23.04.2025 17:59:09
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b1[illegible]

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный социально-педагогический университет»
Кафедра психологии и социальной педагогики

Утвержден на заседании кафедры
от 30.08.2019 г., протокол № 1

Чернышова Евгения Леонидовна

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации по дисциплине
«Математическая статистика»

Направление подготовки
37.03.01 Психология

Профиль «Социальная психология»

Квалификация выпускника
бакалавр

С изменениями:
протокол заседания ученого совета СГСПУ №1 от 31.08.2022 г.

Самара, 2019

Пояснительная записка

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) для промежуточной аттестации по дисциплине «Математическая статистика» разработан в соответствии с ФГОС ВО 37.03.01 Психология, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. N 946.

Цель ФОС для промежуточной аттестации – установление уровня сформированности частей компетенций: ОПК-1.

Задачи ФОС для промежуточной аттестации - контроль качества и уровня достижения образовательных результатов по формируемым в соответствии с учебным планом компетенциям:

ОПК-1: способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

При формировании обозначенных компетенций должны быть получены следующие образовательные результаты:

Знает основные математические методы и приемы, применяемые в практике психолога

Умеет использовать знания математических методов при решении исследовательских и практических задач

Владеет навыками математических расчетов, обслуживающих научные исследования, прикладные задачи, практическую деятельность психолога в различных профессиональных сферах

Требования к процедуре оценки:

Помещение: особых требований нет

Оборудование: особых требований нет

Инструменты: особых требований нет

Расходные материалы: листы с заданиями, листы для ответов, ручки

Доступ к дополнительным справочным материалам: особых требований нет

Нормы времени: 1 час 30 минут

Комплект оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Проверяемые компетенции:

ОПК-1: способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности

Проверяемые образовательные результаты:

Знает основные математические методы и приемы, применяемые в практике психолога

Умеет использовать знания математических методов при решении исследовательских и практических задач

Владеет навыками математических расчетов, обслуживающих научные исследования, прикладные задачи, практическую деятельность психолога в различных профессиональных сферах

Тип задания: задание практического характера, имеющее отношение к профессиональной деятельности

Задание 1. Решите задачи по заданным темам.

«Основные понятия и теоремы теории вероятностей»

**Задача № 1.** В ящике 4 белых и 6 черных, одинаковых на ощупь, шаров. Вынимается один шар. Какова вероятность того, что шар белый?

**Задача № 2.** На перекрестке установлен автоматический светофор, в котором одну минуту горит зеленый свет и полминуты – красный, затем снова одну минуту – зеленый и полминуты – красный и т.д. В случайный момент времени к перекрестку подъезжает автомобиль. Какова вероятность, что он проедет перекресток без остановки? P=1/1.5=2/3
**Задача № 3.** В круг радиуса R наудачу бросают точку. Какова вероятность того, что расстояние от этой точки до центра круга не превысит r?
**Задача № 4.** Для получения квартиры нужно составить очередь из 5 претендентов. Какое общее количество вариантов очередей?
**Задача № 5.** Сколько перестановок можно получить из букв слова МАТЕМАТИКА?
**Задача № 6.** Пусть необходимо разработать флаги для 200 государств из красок различных цветов. Каждый флаг имеет 3 различные полосы. Сколько цветов красок достаточно использовать?
**Задача № 7.** Сколько разрядов чисел нужно иметь, чтобы закодировать двоичными числами русский алфавит?

«Числовые характеристики случайных величин»

**Задача № 1.** Дискретная случайная величина $X$ принимает значения –1, 0, 1 с вероятностями, соответственно равными $1/4,\ 1/2,\ 1/4$. Составить ряд распределения, нарисовать столбиковую диаграму и полигон частот.

**Задача № 2** *:* Подсчитать математическое ожидание и дисперсию для ряда

| $x_i$ | 2 | 4 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

**Задача № 3** Вычислить математическое ожидание и дисперсию для ряда распределения. На нарисовать столбиковую диаграму и полигон частот.

| $x_i$ | 2 | 4 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 |

**Задача №4** Дискретная случайная величина $X$ принимает три возможных значения: $x_1 = 4$, $x_2 = 6$, $x_3$ с вероятностями $p_1 = 0{,}5$, $p_2 = 0{,}3$ и $p_3$. Найти $x_3$ и $p_3$, зная, что $\mathrm{M}X = 8$.

**Задача №5** Игральную кость бросают 2 раза. Случайная величина X - число выпадений шестерки. Построить ряд распределения $X$. Найти выражение и построить график функции распределения случайной величины $X$. Найти математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$.

**Задача №6**. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятностей вида:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & 0 < x \le 1; \\ 0, & x \le 0, x > 1. \end{cases}$$

а) Приняв коэффициент $a$=3 построить график $f(x)$;

б) найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график;

в) вычислить вероятность того, что случайная величина $X$ примет значение из интервала $(0{,}5;1{,}5)$;

г) вычислить математическое ожидание $\mathrm{M}X$ и дисперсию $\mathrm{D}X$.

«Основные законы распределения. Закон больших чисел и предельные теоремы»

**Задача №1.** На станцию скорой помощи поступают вызовы с интенсивностью 2 вызова в минуту. Какова вероятность того, что за 3 минуты будет а) ровно 1 вызов, б) больше 2-х вызовов, в) вообще не будет вызовов.

**Задача №2.** В службу такси поступают вызовы со средней плотностью $K$ вызовов в час. Считая, что число вызовов на любом участке времени распределено по закону Пуассона, найти вероятность того, что за две минуты поступит а)ровно три вызова , б) за две минуты придет хотя бы один вызов, в) за две минуты придет не менее трех вызовов.

**Задача №3** Вероятность того, что любой абонент МТС позвонит туда в течение минуты, равна 0,00001. Служба обслуживает 100 000 абонентов. Какова вероятность того, что в течение минуты позвонят 2 абонента?

**Задача №4** Случайная величина $X$ распределена по закону Пуассона с математическим ожиданием а=2. Построить ряд распределения случайной величины $X$ . Найти:

а) вероятность того, что случайная величина $X$ примет значение большее, чем ее математическое ожидание;

б) вероятность того, что случайная величина $X$ примет положительное значение.

**Задача №5** Вероятность того, что любой клиент МЕГАФОНа позвонит в течение минуты в службу поддержки, равна 0,0002. Служба обслуживает 10 000 абонентов. Какова вероятность того, что в течение минуты позвонят 4 абонента?

**Задача №6** Случайная величина имеет нормальное распределение с параметрами MX и DX. Известно, что по правилу 3-х сигм эта случайная величина находится в диапазоне от 14 до 26 .Найти параметры MX и DX этой случайной величины

**Задача №7** Диаметр шарика для подшипников $D$ является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со средним значением $d_0 = 5$ мм и средним квадратическим отклонением $\sigma_D = 0,05$ мм. При контроле бракуются все шарики, диаметр которых отличается от среднего (номинального) значения больше, чем на 0,1 мм. Определить, какой процент шариков в среднем будет браковаться.

«Вариационные ряды и их характеристики»

**Задача №1.** Количество пропущенных занятий за год у группы из 14 обучающихся –заочников 18,19,19,18,19,19,20,20,18,18,19,21,19,20 -14 значений. Построить вариационный ряд, статистическое распределение и кумуляту частот. Построить полигон частот и относительных частот. Найти среднее арифметическое и дисперсию. Найти моду и медиану.

**Задача №2.** . Пусть в качестве изучаемого признака совокупности лиц, поступающих на 1 курс заочного отделения вуза, взят возраст. В результате статистического наблюдения был получен материал на 55 человек. Возраст их оказался равным: 16, 22, 20, 19, 18, 24, 21, 17, 23, 18, 19, 16, 22, 18, 23, 20, 19, 22, 20, 19, 20, 18, 21, 18, 19, 24, 17, 16, 23, 19, 25, 21, 20, 18, 19, 22, 20, 18, 17, 21, 19, 20, 23, 25, 22, 20, 17, 24, 19, 17, 21, 18, 19, 21, 26 лет. Построить вариационный ряд, статистическое распределение и кумуляту частот. Построить полигон частот и относительных частот. Найти среднее арифметическое и дисперсию. Найти моду и медиану.

**Задача №3.** При обследовании 100 семей получен следующий вариационный ряд-количество детей в семье.

| $X_k$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_k$ | 10 | 50 | 20 | 10 | 5 | 5 |

Построить вариационный ряд, статистическое распределение и кумуляту частот. Построить полигон частот и относительных частот. Найти среднее арифметическое и дисперсию. Найти моду и медиану.

**Задача №4.** Имеется распределение 80 предприятий по числу работающих на них (чел.):

| $x_i$ | 150 | 250 | 350 | 450 | 550 | 650 | 750 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_i$ | 1 | 3 | 7 | 30 | 19 | 15 | 5 . |

Построить вариационный ряд, статистическое распределение и кумуляту частот. Построить полигон частот и относительных частот. Найти среднее арифметическое и дисперсию. Найти моду и медиану.

**Задача №5.** Составим интервальный ряд роста обучающихся $n$=100 (всего обучающихся)

| $\Delta x_i$ | 130-140 | 140-150 | 150-160 | 160-170 | 170-180 | 180-190 | 190-200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_k$ | 1 | 14 | 32 | 28 | 15 | 6 | 4 |

Изобразить гистограмму. Провести вычисление начальных и центральных моментов вариационного ряда. Найти моду и медиану.

«Основы математической теории выборочного метода»

**Задача №1.** Случайная величина $X$ (число нестандартных изделий в партии изделий) имеет распределение Пуассона $\Pi(\theta)$ с неизвестным параметром $\theta$. Найти методом моментов оценку параметра $\theta$, если обследование $n = 200$ партий на наличие нестандартных изделий дало следующие результаты:

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $m_i$ | 132 | 43 | 20 | 3 | 2 |

где $x_i$ число нестандартных изделий в одной партии; $m_i$ - число партий, содержащих $x_i$ нестандартных изделий.

**Задача №2** Найти доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины $X$, если известны дисперсия $DX = \sigma^2$, выборочное среднее $\overline{x}$, объем выборки $n$ и доверительная вероятность $\gamma$:

а) $\sigma^2 = 16; \quad \overline{x} = 10,2; \quad n = 16; \quad \gamma = 0,95;$

б) $\sigma^2 = 25; \quad \overline{x} = 16,8; \quad n = 25; \quad \gamma = 0,98;$

в) $\sigma^2 = 4; \quad \overline{x} = 7,0; \quad n = 100; \quad \gamma = 0,99.$

**Задача №3 .** Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания $a$ случайной величины $X$ по выборочному среднему равна 0,3, если известна дисперсия $DX = 1,44$.

**Задача №4** Построить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины $X$, если известны выборочное среднее $\overline{x}$, выборочная дисперсия $s^2$, объем выборки $n$ и доверительная вероятность $\gamma$:

а) $\overline{x} = 3,2; \quad s^2 = 6,25; \quad n = 16; \quad \gamma = 0,95;$

б) $\overline{x} = 1,1; \quad s^2 = 1,69; \quad n = 25; \quad \gamma = 0,98;$

в) $\overline{x} = 2,0; \quad s^2 = 4,0; \quad n = 100; \quad \gamma = 0,99.$

**Задача №5.** Построить доверительный интервал для дисперсии нормально распределенной случайной величины $X$, если известны выборочная дисперсия $s^2$, объем выборки $n$ и доверительная вероятность $\gamma$:

а) $s^2 = 1,21; \quad n = 10; \quad \gamma = 0,95;$ б) $s^2 = 10,0; \quad n = 30; \quad \gamma = 0,98;$

в) $s^2 = 4,5; \quad n = 50; \quad \gamma = 0,99.$

**Задача №6 .** В таблице даны результаты $n = 200$ наблюдений над случайной величиной $X$ :

| $x_i$ | 0,3 | 0,5 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,3 | 1,5 | 1,7 | 1,9 | 2,1 | 2,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_i$ | 6 | 9 | 26 | 25 | 30 | 26 | 21 | 24 | 20 | 8 | 5 |

Проверить, используя критерий $\chi^2$ Пирсона, согласуются ли эти данные с гипотезой о нормальном $N(1,4)$ распределении генеральной совокупности. Уровень значимости принять равным $\alpha = 0,05$.

**Задача №7 .** Выборка представляет собой целочисленный случайный вектор (47, 46, 49, 53, 50). Можно ли с уровнем значимости $\alpha = 0,1$ считать распределение наблюдавшейся случайной величины пуассоновским?

Оценочный лист к типовому заданию 1.
1 балл – решение задачи у доски без учета правильности.
2 балла – решение задач самостоятельно (возможны ошибки).
3 балла – решение задач самостоятельно без ошибок.
4 балла – выполнение роли эксперта при решении студентами задач у доски.

Промежуточная аттестация представляет собой *у*стный опрос (коллоквиум) по вопросам к курсу:

1. Классификация событий.
2. Классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности.
3. Правила суммы и произведения.
4. Числа размещений, сочетаний и перестановок.
5. Действия над событиями.
6. Свойства операций.
7. Теорема сложения вероятностей и два ее следствия.
8. Условная вероятность события.
9. Теорема умножения вероятностей.
10. Независимые события.
11. Сложение вероятностей совместных событий.
12. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
13. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
14. Формула Пуассона.
15. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.
16. Случайные величины.
17. Дискретные и непрерывные случайные величины.
18. Ряд распределения.
19. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
20. Дисперсия случайной величины. Свойства дисперсии. Дисперсия дискретной случайной величины.
21. Среднее квадратическое отклонение.
22. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
23. Плотность вероятности и ее свойства.
24. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
25. Мода и медиана случайной величины.

26. Биноминальное распределения дискретной случайной величины.
27. Распределение Пуассона.
28. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
29. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины.
30. Свойства случайной величины, расределенной по нормальному закону.
31. Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Неравенство Чебышева.
32. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли.
33. Центральная предельная теорема.
34. Вариационные ряды. Дискретные и непрерывные вариационные ряды.
35. Полигон, гистограмма и кумулята.
36. Эмпирическая функция распределения.
37. Средние величины. Свойства средней арифметической.
38. Мода и медиана.
39. Показатели вариации.
40. Центральные и начальные моменты ряда.
41. Генеральная совокупность и выборка.
42. Выборочный метод. Оценка параметров. Несмещенные, состоятельные и эффективные оценки параметров.
43. Метод моментов.
44. Метод максимального правдоподобия.
45. Метод наименьших квадратов.
46. Оценка параметров генеральной совокупности по собственно-случайной выборке. Случаи повторной и бесповторной выборки.
47. Доверительный интервал и доверительная вероятность.
48. Ошибка выборки.
49. Объем выборки. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке

Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

| Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства | Максимальное количество баллов | Всего баллов | Уровень освоения компетенций (в баллах) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Пороговый (56-70%) | Продвинутый (71-85%) | Высокий (86-100%) |
| ОПК-1 | Задание 1 | 36 | 36 | 12-15 | 16-29 | 30-36 |