Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 28.04.2021 11:10:55
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae65b96a966c035

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Самарский государственный социально-педагогический университет»

Кафедра физики, математики и методики обучения

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР и КО,
председатель УМС СГСПУ
_____Н.Н. Кислова

Теория чисел

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Физики, математики и методики обучения**

Учебный план ФМФИ-б14МИз(6г)АБ.plx
Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

С изменениями:
протокол №8 от 25.03.2016
протокол №1 от 30.08.2016
протокол №4 от 30.11.2018

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **заочная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108
в том числе:
аудиторные занятия 8
самостоятельная работа 91
часов на контроль 9

Виды контроля на курсах:
экзамены 4

Распределение часов дисциплины по курсам

Курс	**4**		Итого	
Вид занятий	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	2	2	2	2
Практические	6	6	6	6
В том числе инт.	6	6	6	6
Итого ауд.	8	8	8	8
Контактная работа	8	8	8	8
Сам. работа	91	91	91	91
Часы на контроль	9	9	9	9
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):
Шатрова Ю.С.

При наличии обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья, которым необходим особый порядок освоения дисциплины (модуля), по их желанию разрабатывается адаптированная к ограничениям их здоровья рабочая программа дисциплины (модуля).

Рабочая программа дисциплины
Теория чисел

разработана в соответствии с ФГОС ВО:
Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ
(С ДВУМЯ ПРОФИЛЯМИ ПОДГОТОВКИ) (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 09.02.2016г. №91)

составлена на основании учебного плана:
Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

С изменениями:
протокол №8 от 25.03.2016
протокол №1 от 30.08.2016
протокол №4 от 30.11.2018
утвержденного учёным советом вуза от 29.08.2013 протокол № 1.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры
Физики, математики и методики обучения

Протокол от 28.08.2018 г. № 1
Зав. кафедрой Аниськин В.Н.

Начальник УОП
_____ Н.А. Доманина

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
Целью освоения дисциплины «Теория чисел» является формирова-ние систематизированных знаний, умений и навыков в области теории чи-сел и её основных методов
Задачи изучения дисциплины
в области педагогической деятельности:
сформировать навыки самообразования и личностного роста;
сформировать представления об истории развития понятия числа;
изучить теорию делимости и теорию сравнений в кольце целых чи-сел, служащих теоретической базой соответствующего учебного материала, изучаемого в курсе средней школы, а также овладеть навыками решения практических задач и арифметическими при-ложениями теории чисел.
Область профессиональной деятельности: образование, социальная сфера, культура.
Объектами профессиональной деятельности обучающихся, освоивших данную дисциплину, являются обучение, воспитание, развитие, просвеще-ние, образовательные системы.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.В
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
Содержание дисциплины базируется на материале:	
Алгебра	
Математический анализ	
2.2	**Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
Числовые системы	
Методика обучения математике в школе	
Решение алгебраических задач школьных математических олимпиад	
Производственная практика (педагогическая практика)	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
СКМ-1: владением основами фундаментальных математических теорий
Знать:
- знает основные теоретические положения радела «Теория чисел»;
Уметь:
- доказывать основные теоремы теории чисел; - находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики
Владеть:
- теоретическим аппаратом теории чисел

СКМ-2: способностью использовать методы математического моделирования
Знать:
- основные модели теории чисел - этапы математического моделирования
Уметь:
- осуществлять математическое моделирование
Владеть:
методом математического моделирования для решения задач теории чисел

СКМ-3: способностью применять основной аппарат фундаментальных математических теорий к решению теоретических и практических задач
Знать:
- теоретические положения раздела «Теория чисел»; -методы теории чисел, используемые для решения теоретических и практических задач;
Уметь:
- применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач; - формулировать математическую гипотезу, подтверждать или опро-вергать ее; - проводить доказательные рассуждения при решении задач
Владеть:

- методами решения теоретико-числовых задач.

ПК-1: готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов
Знать:
- содержание школьного курса математики - способы и средства контроля результатов учебных достижений школьников по математике;
Уметь:
- разрабатывать различные модели фрагментов уроков, способству-ющих реализации поставленных целей с учетом основных идей модерни-зации школьного образования; - проводить анализ различных моделей уроков и самоанализ разрабо-танных и проведенных занятий, раскрывать особенности организации учебной деятельности учащихся на уроках математики с точки зрения раз-личных подходов к учебно-познавательному процессу; - организовывать контроль и оценку знаний в процессе обучения ма-тематике; - самостоятельно подбирать индивидуальные задания для работы с учащимися с различным уровнем математической подготовки в общеобра-зовательных учреждениях различного типа;
Владеть:
- навыками выбора разных подходов к организации учебно-познавательной деятельности учащихся с учетом конкретных условий для их реализации;

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1	**Знать:**
- содержание школьного курса математики	
- способы и средства контроля результатов учебных достижений школьников по математике;	
- знает основные теоретические положения радела «Теория чисел»;	
- основные модели теории чисел	
- этапы математического моделирования	
теоретические положения раздела «Теория чисел»;	
-методы теории чисел, используемые для решения теоретических и практических задач;	
3.2	**Уметь:**
- разрабатывать различные модели фрагментов уроков, способству-ющих реализации поставленных целей с учетом основных идей модерни-зации школьного образования;	
- проводить анализ различных моделей уроков и самоанализ разрабо-танных и проведенных занятий, раскрывать особенности организации учебной деятельности учащихся на уроках математики с точки зрения раз-личных подходов к учебно-познавательному процессу;	
- организовывать контроль и оценку знаний в процессе обучения ма-тематике;	
- самостоятельно подбирать индивидуальные задания для работы с учащимися с различным уровнем математической подготовки в общеобра-зовательных учреждениях различного типа;	
- доказывать основные теоремы теории чисел;	
- находить взаимосвязь между основными положениями теории чисел и другими разделами математики	
- осуществлять математическое моделирование	
применять теоретические положения соответствующего раздела «Теория чисел» к решению математических задач;	
- формулировать математическую гипотезу, подтверждать или опро-вергать ее;	
- проводить доказательные рассуждения при решении задач	
3.3	**Владеть:**
- навыками выбора разных подходов к организации учебно-познавательной деятельности учащихся с учетом конкретных условий для их реализации;	
- теоретическим аппаратом теории чисел	
- методом математического моделирования для решения задач теории чисел	
- методами решения теоретико-числовых задач.	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
Код занятия	**Наименование разделов и тем /вид занятия/**	**Семестр / Курс**	**Часов**	**Интеракт.**
	Раздел 1.			
1.1	Теория делимости в кольце Z /Лек/	4	1	1
1.2	Теория делимости в кольце Z /Пр/	4	3	3

1.3	Теория делимости в кольце Z /Ср/	4	45	0
1.4	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной /Лек/	4	1	1
1.5	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной /Пр/	4	3	1
1.6	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной /Ср/	4	46	0

5. Оценочные и методические материалы по дисциплине (модулю)

5.1. Содержание аудиторной работы по дисциплине (модулю)

Тема Делимость в кольце целых чисел. Метод остатков.
Цель Уметь применять теорему о делении с остатком и свойства де-лимости к решению различных арифметических задач.
Вопросы
1. Теорема о делении целых чисел с остатком.
2. Основные свойства делимости целых чисел нацело.
Типы задач
1. Найти все остатки от деления – 3 на 5.
2. При каких натуральных n + 1 делится нацело на 11 ?
3. Докажите, что при любом натуральном число де-лится на 9.
4. Доказать, что произведение трех последовательно взятых натураль-ных чисел делится на 3.
5. Докажите, что при любом натуральном число делится на 9.
6. Найдите последнюю цифру числа .
7. Найдите последнюю цифру числа .
8. Каковы три последние цифры числа .
9. Докажите, что делится на 7.
Тема Нахождение НОД и НОК двумя способами. Линейное пред-ставление НОД. Связь НОД и НОК двух чисел
Цель Уметь применять алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя целых чисел, его линейного разложения и знать и при-менять формулу для нахождения наименьшего общего кратного
Уметь находить НОД(a, b) и НОК[a, b] с помощью канонических разложений чисел a, b.
Вопросы
1. НОД и НОК целых чисел: определение, свойства, способы нахождения, примеры.
2. Алгоритм Евклида и линейное разложение НОД(a, b).
3. Взаимно простые числа и их свойства. Примеры.
Задачи
1. Найдите НОД чисел 18426 и 1740 и его линейное выражение через эти числа.
2. Докажите, что если , то .
3. Известно, что (a, b) = 24, [a, b] = 2496. Найдите a и b.
4. На столе лежат книги, которые нужно упаковать. Если их связать по две, то останется одна лишняя книга, если по 3 - то 2 книги, а если по 4, то останется 3 книги. Найди наименьшее число, удовлетворяющее этим условиям
5. На столе лежат тарелки, которые надо упаковать. Если их сложить по 4, по 5 или по 6 книг, то каждый раз останется одна лишняя, а ес-ли по 7, то лишних тарелок не останется. Какое наименьшее количе-ство тарелок может быть на столе?
6. Ребята получили на новогодней елке одинаковые подарки. Во всех подарках вместе было 123 апельсина и 82 яблока. Сколько ребят присутствовало на елке? Сколько апельсинов и яблок было в каждом подарке?
7. Крестьянка несла на базар яйца. Проезжавший всадник толкнул ее, и все яйца разбились. На вопрос, сколько было яиц, она сказал: «Ко-гда я раскладывала яйца по 2, одно оказалось лишним. То же самое случилось, когда я раскладывала их по 3, по 4, по 5 и по 6. А вот ко-гда я разложила их по 7, остатка не оказалось». Сколько яиц было у крестьянки?
8. Найти .
Тема Простые и составные числа
Цель Уметь, используя “решето” Эратосфена, составлять таблицы про-стых чисел и решать задачи на применение основной теоремы арифмети-ки и свойств простых чисел.
Вопросы
1. Простые числа и их свойства. Основная теорема арифметики.
2. Бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена.
Задачи
1. Найти каноническое разложение числа 11655.
2. Доказать, что не существует простых чисел p, для которых p + 2, p + 4 и p + 6 простые.
3. Выяснить является ли, что число - простым при любом натуральном .
4. Произведение двух натуральных чисел равно 96. Найдите эти числа, если известно, что их сумма является простым числом.
5. Найдите простое число p, если известно, что 13p + 1 является точ-ным кубом.
6. Найдите все простые числа p, для которых p + 2 и – простые.
7. Почему при p≠ 2 число не может быть квадратом целого чис-ла?
8. Доказать, что числа 1001 и 973 составные.
9. Доказать, что число 3551 составное.
10. Доказать, что число составное.
11. Доказать, что число составное.

Тема Конечные непрерывные дроби. Подходящие дроби и их свойства. Решение в целых числах неопределенных уравнений первой степени с двумя неизвестными

Цель Уметь находить разложение заданного рационального числа в ко-нечную непрерывную дробь, вычислять подходящие дроби и применять свойства подходящих дробей при решении задач.

Вопросы

1. Представление рациональных чисел конечными цепными дробями.
2. Подходящие дроби и их основные свойства

Задачи

1. Разложить в конечную непрерывную дробь число -24/33.
2. Найти все подходящие дроби конечной непрерывной дроби [–2; 2, 2, 3, 2].
3. Найти линейные разложения НОД: 13 и 9, –15 и 22, 112 и 324, –512 и 444.
4. Найдите все целые решения уравнений:

а) ; б) ;

в) .

5. Имеются контейнеры двух видов: по 190 кг и по 170 кг. Можно ли полностью загрузить ими грузовик грузоподъемностью 3 т?
6. Ученик решает задание из 20 задач. За верно решенную задачу ему ставят 8 баллов, за неверно решенную – (– 5) баллов, за задачу, ко-торую не брался решать – 0 баллов. Сколько задач он брался ре-шать, если в сумме он получил 13 баллов.
7. От прямоугольника мм отрезают несколько квадратов со стороной 141 мм, пока не останется прямоугольник, у которого дли-на одной стороны меньше 141 мм. От полученного прямоугольника опять отрезают квадраты со стороной, равной длине его меньшей стороны и т.д.

а) Какова длина стороны последнего квадрата?

б) Найдите и , чтобы при таком разрезании прямоугольника получились квадраты шести разных размеров.

Тема Теоретико-числовые функции.

Цель Знать определение функции Эйлера, функций $\tau(n)$, $\sigma(n)$, представ-ляющих собой количество всех положительных делителей числа и сумму всех положительных делителей числа и уметь вычислять их значения.

Вопросы

1. Мультипликативные функции: $\tau(n)$, $\sigma(n)$,
2. функция Эйлера - $\varphi(n)$
3. Применение числовых функций для решения теоретико-числовых за-дач

Задачи

1. . Найдите $\tau(n)$, $\sigma(n)$, $\varphi(n)$ при $n=100$.
2. Доказать свойства функции Эйлера.
3. Найдите натуральное число, имеющее только два простых делителя и число всех делителей 12, а сумма всех делителей которого равна 56.
4. Докажите, что $\varphi(4n)=2\varphi(2n)$, $\varphi(4n+2)=\varphi(2n+1)$.

Тема Числовые сравнения

Цель Уметь применять для решения задач определение и свойства срав-нений по заданному модулю.

Вопросы

Сравнения и их свойства.

Задачи

1. Докажите, что не делится на 3 ни при каком целом .
2. Докажите, что делится на .
3. Докажите, что делится на 133 при любом натуральном .
4. Докажите, что делится на 7.

Тема Арифметические приложения теории сравнений

Цель Уметь вычислять остатки арифметических выражений от деления на заданное число, последние цифры числа, выводить признаки делимости используя свойства сравнений и теоремы Эйлера и Ферма.

Вопросы

1. Общий признак делимости Паскаля.
2 Признаки делимости на 2n, 5n, 3, 9, 11.
3. Теоремы Эйлера и Ферма.
4. Примеры использования для вычисления остатков, последних цифр числа.

Задачи

1. Найдите остаток от деления числа на 7.
2. Найти остаток от деления

а) на 101, б) на 101.

3. Докажите, что делится на 1001.
4. Найдите остаток от деления на 29.
5. Докажите, что - составное.
6. Докажите, что а) число делится на 263, б) число делится на , но не делится на .
7. Найти последнюю цифру чисел , .
8. Найти две последние цифры чисел , .

Тема Решение сравнений и систем сравнений первой степени.

Цель Уметь решать различными способами линейные сравнения первой степени с одним неизвестным.

Вопросы

1. Теоремы о решениях сравнений первой степени.

2. Различные методы решения сравнений первой степени.
Задачи
1. Решить сравнение 22 x≡ 18 (mod 14) двумя способами.
2. Решить тремя способами:
7 x≡ 1 (mod 5), 12 x≡ 14 (mod 8),
25 x≡ 30 (mod 15), 37 x≡ 11 (mod 45),
32 x≡ 14 (mod 20), 125 x≡ 40 (mod 55).
Первообразные корни по простому модулю
1. Вычислить показатель числа (7).
2. Найти все первообразные корни по модулям 5, 6, 8, 11, 13.
3. Найти индексы чисел 23 , 41, 53 по модулям 5, 6, 11, 13 относитель-но найденных ранее первообразных корней.
Тема Показатель числа по данному модулю. Первообразные корни по простому модулю.
Цель Знать и уметь применять для решения задач алгоритмы нахождения показателя и первообразного корня по заданному модулю.
Вопросы
1. Показатели и их свойства.
2. Первообразные корни.
3. Нахождение первообразных корней.
Тема Сравнения высших степеней
Цель Уметь решать двучленные сравнения, используя таблицы индексов.
Уметь решать сравнения высших степеней
Вопросы
1. Индексы и их свойства.
2. Таблицы индексов.
3. Решение двучленных сравнений с помощью индексов.
Задачи
1. Решить двучленное сравнение 8 ≡ 15 (mod 67).
2. Решите сравнение: 3 + x – 2≡ 0 (mod 17),
3. Решите сравнение: 3 + 10 x+10≡ 0 (mod 23),
4. Решите сравнение: 8 + 36 + 54 x + 27≡ 0 (mod 37).

5.2. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

№	Тема дисциплины	Содержание самостоятельной работы	Продукты деятельности
1.	Все темы дисциплины	Выполнение домашней работы	Домашняя работа
		Работа с конспектом лекции	Конспект лекции
2.	Делимость в кольце целых чисел	Контрольная работа	Выполненная контрольная работа
3.	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной	Индивидуальная работа	Выполненная индивидуальная работа

Содержание самостоятельной работы по дисциплине на выбор студента

№	Тема дисциплины	Содержание самостоятельной работы	Продукты деятельности
1.	Все темы дисциплины	Решение дополнительных задач	Правильное решение задачи с полным обоснованием
2.	Все темы дисциплины	Подготовка докладов и проведение фрагментов занятий	Тезисы доклада, презентация, конспект фрагмента занятия

5.2. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

5.3.Образовательные технологии

При организации изучения дисциплины будут использованы следующие образовательные технологии: информационно-коммуникационные технологии, технология организации самостоятельной работы, технология рефлексивного обучения, технология модульного обучения, технология игрового обучения, технологии групповой дискуссии, интерактивные технологии, технология проблемного обучения, технология организации учебно-исследовательской деятельности, технология проектного обучения, технология развития критического мышления.

5.4. Текущий контроль, промежуточный контроль и промежуточная аттестация

Балльно-рейтинговая карта дисциплины оформлена как приложение к рабочей программе дисциплины.
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине оформлен отдельным документом.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Т.В. Данилова	Теория чисел: Задачи с примерами решений : учебное пособие http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368	Архангельск : САФУ, 2015,

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников	Алгебра и теория чисел: Учебно-методический комплекс http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90645	М. : Евразийский открытый институт, 2011. ,
Л2.2	И.В. Пантина, М.А. Куприянова, С.В. Харитонов	Алгебра и теория чисел : учебное пособие http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455430	Москва : Университет «Синергия», 2016,

6.2 Перечень программного обеспечения

- Acrobat Reader DC

- Dr.Web Desktop Security Suite, Dr.Web Server Security Suite

- GIMP
- Microsoft Office 2016 Professional Plus (Пакет программ Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher)
- Microsoft Office 365 Pro Plus - subscription license (12 month) (Пакет программ Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher, Skype for Business, OneDrive, SharePoint Online)
- Microsoft Windows 10 Education
- Microsoft Windows 7/8.1 Professional
- XnView
- Архиватор 7-Zip
- Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат.ВУЗ»
6.3 Перечень информационных справочных систем
- Elsevier (база данных «Freedom Collection» и коллекции электронных книг «Freedom Collection eBook collection», национальная подписка на полнотекстовые ресурсы)
- SCOPUS издательства Elsevier
- SpringerNature (национальная подписка на полнотекстовые ресурсы)
- База данных международных индексов научного цитирования Web of Science
- БД «Polpred.com. Обзор СМИ»
- УИС РОССИЯ
- ЭБС «E-LIBRARY.RU»
- ЭБС «ЛАНЬ»
- ЭБС «РУКОНТ» (Контекстум)
- ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
- ЭБС «ЮРАЙТ» (Коллекция Легендарные книги)
- Информационно-образовательная программа «Росметод»
- СПС «ГАРАНТ-Аналитик»
- СПС «Консультант-Плюс»

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
7.1	Наименование специального помещения: учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, практических занятий, групповых консультаций, индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, Учебная аудитория. Оснащенность: Комплект учебной мебели, меловая доска, ноутбук, проекционное оборудование (мультимедийный проектор и экран).
7.2	Наименование специального помещения: помещение для самостоятельной работы, Читальный зал.Оснащенность: ПК-4шт., Принтер-1шт., Телефон-1шт., Письменный стол-4 шт., Парта-2 шт.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8.1. Методические рекомендации для студентов по организации изу-чения дисциплины

Занятия по дисциплине проходят в лекционной форме и форме прак-тических занятий. Студенты во время лекции должны быть внимательными слушателями, им необходимо конспектировать основные положения, определения, теоремы и их доказательства. Одна из основных задач сту-дента на лекции – понять содержание излагаемых вопросов. После лекции необходимо еще раз просмотреть ее содержание, желательно познако-миться с соответствующей темой в предлагаемой преподавателем литера-туре, особенно если возникают вопросы по содержанию, выполнить зада-ния на самостоятельную работу, которые преподаватель предложил на лекции (самостоятельно проработать отдельный вопрос; выполнить анало-гичные выкладки и т.п.). Перед следующей лекцией необходимо обяза-тельно уяснить смысл основных фактов, т.к. их знание необходимо для по-нимания последующего материала.

На практических занятиях студенты должны выработать конкретные умения и навыки. Поэтому надо активно выполнять все предложенные преподавателям упражнения, стараться выполнять их самостоятельно, а потом проверять свое решение с тем, которое выполняет студент у доски. Обязательно задавать вопросы преподавателю, если непонятен ход реше-ния.

Обязательно выполнять упражнения для самостоятельной работы по-сле практического занятия. Если что-то не получается очень полезно сна-чала разобраться самостоятельно. Можно пользоваться литературой, где много разобранных аналогичных примеров, записями с практического за-нятия. Для этого целесообразно самостоятельно решить разобранный ана-логичный пример (приведенный в литературе или на практическом заня-тии), разобравшись при этом во всех мелочах. Можно решить несколько аналогичных примеров (более простых) и убедиться в правильности свое-го решения

(посмотреть ответ в учебнике, спросить у однокурсников, спросить у преподавателя на консультации и т.п.). Прибегать к поиску го-тового решения неэффективно и бесполезно. Нужно проявить настойчи-вость. После такой работы каждая следующая тема будет даваться все лег-че и легче. Важно заниматься систематически.

При подготовке к контрольным работам целесообразно ознакомится с ее структурой и содержанием. Если регулярно выполнялись все виды обязательной самостоятельной работы, делалось это самостоятельно, то достаточно выборочно решить по одному примеру из каждого задания в качестве подготовки к контрольной работе. В отдельных случаях можно прорешать или разобрать все задания. В учебнике есть подробно разо-бранное упражнение. Также там есть более простые упражнения и приве-дены ответы на них. При наличии вопросов, перед контрольной работой необходимо сходить на консультацию к преподавателю.

Для успешного освоения дисциплины студенту не достаточно только своих записей на лекциях и практических занятиях. Обязательно надо по-стараться взять рекомендованную литературу (библиотека вуза, читаль-ный зал, методический кабинет кафедры). Особое внимание надо уделить обязательной литературе и методическим разработкам преподавателя, в том числе рабочей программе дисциплины. Полезные материалы можно найти в сети Интернет, в электронных математических библиотеках. Все эти действия (по поиску учебно-методических источников) необходимо проделать в самом начале семестра, чтобы пользоваться ими на всем про-тяжении изучения курса теории чисел. Необходимо внимательно относится к соответствующим ссылкам и рекомендациям преподавателя.

При работе с литературой можно придерживаться следующих реко-мендаций. Рассматриваемый вопрос желательно прочитать в нескольких источниках (лекции, основной учебник(и), научно-популярная литерату-ра). Начинать нужно с источников с наиболее простым изложением, по-смотреть краткое изложение (самое основное, существенное) вопроса, по-знакомиться с практическим приложением теории на конкретных разо-бранных примерах в различных источниках (в разной литературе, как правило, приводятся разные примеры, чем больше примеров осознанно, тем лучше). При этом важно не просто читать литературу, а самостоятель-но повторять на бумаге выкладки, детализировать их до степени полного осознания всех промежуточных звеньев рассуждений. Эта трудная работа, но проявив упорство, каждый следующий раз будет все легче и легче. Также важно обеспечить регулярность самостоятельной работы (лучше понемногу, но чаще).

В рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения.

8.2. Методические рекомендации для преподавателей по организации изучения дисциплины

Учитель, вводящий учеников в мир математики, должен обладать достаточной теоретико-числовой подготовкой. Данная дисциплина при-звана познакомить будущего учителя математики с основными понятиями и методами теории чисел, научить оперировать ими в сфере своей педаго-гической деятельности. Изучение теории чисел, безусловно, будет способ- ствовать более ясному представлению об общей структуре математических теорий, о математике в целом, а значит, и о школьной математике.

Первоначальные элементы математики связаны с появлением навы-ков счета, возникающих в примитивной форме на сравнительно ранних ступенях развития человеческого общества в процессе трудовой деятель-ности. Понятие натурального числа, появляющееся как результат посте-пенного абстрагирования, является основой всего дальнейшего развития математики.

Изучение свойств натуральных чисел, начатое в примитивной форме математиками давно ушедших поколений, занимает большое место в со-временной математике, составляя основное содержание одного из ее веду-щих разделов, который называют теорией чисел. При рассмотрении нату-ральных чисел замечаем, что среди них встречаются числа с весьма разно-образными свойствами. Так, например, среди натуральных чисел выделя-ют простые числа и, естественно, возникает вопрос, как распределены эти числа среди всех натуральных чисел. Можно также заметить, например, что среди натуральных чисел есть числа, которые нельзя представить в виде суммы двух квадратов натуральных чисел, и поставить вопрос о том, какие именно числа обладают этим свойством и как часто встречаются та-кие числа.

В теории чисел, естественно, выделяются и рассматриваются в первую очередь те проблемы, которые глубоко и достаточно непосред-ственно связаны с изучаемыми объектами и важны для построения матема-тики в ее целом. Некоторые теоретико-числовые задачи возникаю уже в рамках школьного курса арифметики. Исторически теория чисел возникла как непосредственное развитие арифметики. В настоящее время в теорию чисел включают значительно более широкий круг вопросов, выходящих за рамки изучения натуральных чисел. В теории чисел рассматриваются не только натуральные числа, но и множество всех целых чисел, а также множество рациональных чисел.

В теорию чисел включают также вопросы, связанные с приближени-ем действительных чисел рациональными дробями. Такие приближения называют, обычно, диофантовыми приближениями, по имени великого греческого математика Диофанта. Для современной теории чисел характерно применение весьма раз-нообразных методов исследований; так, например, многие проблемы тео-рии чисел могут быть, естественно, сформулированы в геометрической форме, и к решению такого рода задач применяют геометрические сооб-ражения (геометрическая теория чисел). В современной теории чисел ши-роко пользуются методами математического анализа; в частности, при изучении вопросов, связанных с распределением простых чисел, особенно часто приходится применять теорию функций комплексного переменного.

Развитие теории чисел тесно и непосредственно связано с развитием целого ряда разделов математики.

Теория чисел не только широко использует методы, разработанные в смежных математических дисциплинах, но и сама влияет на формирова-ние этих дисциплин. Так, например, начало глубоких исследований в тео-рии алгебраических чисел было связано с так называемой проблемой Ферма о возможности существования целых положительных решений не-определенного уравнения при ; дальнейшее развитие этой теории оказало решающее влияние на современную алгебру, а возникшие в теории чисел понятия «кольца», «идеала» являются одними из основных понятий всей математики нашего времени. Ряд вопросов теории чисел находит себе применение на практике, например, в теории телефонных се-тей (кабелей), в кристаллографии, при решении некоторых задач теории приближенных вычислений.

Занятия проходят в лекционной форме и форме практических заня-тий. Лекции представляют собой связное, логически стройное, экономное и в то же время живое и ясное изложение основного содержания.

На практических занятиях студенты должны выработать конкретные умения и навыки. Поэтому необходимо предложить

студентам соответ-ствующие задания для самостоятельной работы. В начале изучения дисци-плины полезно сориентировать студентов на выбор литературы по рас-сматриваемым вопросам.
В рамках дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценивания индивидуальных результатов обучения (Приложение).

БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ
ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ
Направление 44.03.05 «Педагогическое образование»
Профили подготовки «Математика» и «Информатика»

Курс 3 Семестр 6

Вид контроля		Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
Модуль 1. Теория делимости в кольце целых чисел			
Текущий контроль по модулю:			
1	Аудиторная работа	0	5
2	Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)	0	10
3	Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)	0	7
Контрольное мероприятие по модулю		28	28
Промежуточный контроль		*28*	*50*
Модуль 2. Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной			
Текущий контроль по модулю:			
1	Аудиторная работа	0	6
2	Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)	0	10
3	Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)	0	6
Контрольное мероприятие по модулю		28	28
Промежуточный контроль		*28*	*50*
Промежуточная аттестация		56	100

Вид контроля		Примеры заданий, критерии оценки, кол-во баллов	Тема для изучения, образовательные результаты
Модуль 1. Теория делимости в кольце целых чисел			
Текущий контроль по модулю			
1.	*Аудиторная работа*		
	- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач	[3] Критерии оценки 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя 1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения* 1,5 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение* Количество баллов 0,5-1,5	*Тема 1.* Делимость в Z. *Тема 2.* Простые и составные числа *Тема 3.* Числовые функции *Тема 4.* Конечные цепные дроби. *Тема 5.* Решение неопределенных уравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод

			решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
	Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях	*См. список теоретических вопросов* (1-12) Критерии оценки 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа 0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства 1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, *умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы* Количество баллов 0-1	Теория делимости в кольце целых чисел Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, теоретические положения теории; определение основных понятий, формулировки теорем
2.	*Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)*		
	Выполнение домашней работы	[3] Критерии оценки 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки 1- все задание домашней работы выполнены правильно Количество баллов 0,5-1	*Тема 1.* Делимость в Z. *Тема 2.* Простые и составные числа *Тема 3.* Числовые функции *Тема 4.*Конечные цепные дроби. *Тема 5*. Решение неопределенных уравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
.	*Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)*		
	Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме	*См. схему работы с лекцией* Критерии оценки 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован 1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, *содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.*	Тема 1-3 в рабочем плане Знает: базовые понятия, теоремы теории чисел Умеет: анализировать полученные результаты; формулировать выводы

		Количество баллов 0,5-1	
	Решение дополнительных задач	[3] Критерии оценки 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом Количество баллов 0,5-1	*Тема 1.* Делимость в Z. *Тема 2.* Простые и составные числа *Тема 3.* Числовые функции *Тема 4.*Конечные цепные дроби. *Тема 5*. Решение неопределенных уравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
	Контрольное мероприятие по модулю		
	Аудиторная контрольная работа	Пример задания представлен ниже Критерии оценки Каждая задача оценивается в 4 баллов: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче Количество баллов 0-20	Теория делимости в кольце целых чисел Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
	Ментальная карта модуля	Составить ментальную карту модуля Критерии оценки В карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы Количество баллов 0-8	Теория делимости в кольце целых чисел знает: теоретические положения теории чисел, определение основных понятий, формулировки теорем; умеет: находить взаимосвязь между основными понятиями темы; владеет: аппаратом теории чисел
	Промежуточный контроль		
	Модуль 2. Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной		
	Текущий контроль по модулю		
1.	*Аудиторная работа*		
	- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по	[3] Критерии оценки	*Тема 7.* Числовые сравнения. Классы чисел, полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма

	рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач	0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя 1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, *самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения* 1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, *предлагает свое (оригинальное) решение* Количество баллов 0,5-1,5	*Тема 8.* Арифметические приложения теории сравнений. *Тема 9.* Сравнения первой степени с неизвестной величиной *Тема 10.* Сравнения высших степеней по простому модулю. Сравнения высших степеней по составному модулю. *Тема 11*. Показатель числа по данному модулю. Первообразные корни и индексы. *Тема 12*. Системы сравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
	Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях	*См. список теоретических вопросов* (13-27) Критерии оценки 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа 0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства 1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, *умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы* Количество баллов 0-1	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, теоретические положения теории; определение основных понятий, формулировки теорем
2.	*Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)*		
	Выполнение домашней работы	[3] Критерии оценки 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки 1- все задание домашней работы выполнены правильно Количество баллов 0,5-1	*Тема 7.* Числовые сравнения. Классы чисел, полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма *Тема 8.* Арифметические приложения теории сравнений. *Тема 9.* Сравнения первой степени с неизвестной величиной *Тема 10.* Сравнения высших степеней по простому модулю. Сравнения высших степеней по составному модулю. *Тема 11*. Показатель числа по данному модулю.

			Первообразные корни и индексы. *Тема 12*. Системы сравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
.	*Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)*		
	Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме	*См. схему работы с лекцией* Критерии оценки 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован 1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, *содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.* Количество баллов 0,5-1	Тема 4-8 в рабочем плане Знает: базовые понятия, теоремы теории чисел Умеет: анализировать полученные результаты; формулировать выводы
	Решение дополнительных задач	[3] Критерии оценки 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом Количество баллов 0,5-1	*Тема 7.* Числовые сравнения. Классы чисел, полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма *Тема 8.* Арифметические приложения теории сравнений. *Тема 9.* Сравнения первой степени с неизвестной величиной *Тема 10.* Сравнения высших степеней по простому модулю. Сравнения высших степеней по составному модулю. *Тема 11*. Показатель числа по данному модулю. Первообразные корни и индексы. *Тема 12*. Системы сравнений Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные

			определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
Контрольное мероприятие по модулю			
Индивидуальная работа		Примерный текст работы представлен ниже Критерии оценки Каждая задача оценивается в 5 баллов: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче Количество баллов 0-20	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной Знает основополагающие факты элементарной теории чисел, основные алгебраические структуры, основные определения и теоремы теории чисел, взаимосвязь между теорией чисел и другими разделами математики, основные методы решения теоретико-числовых задач Умеет решать основные типы теоретико-числовых задач Владеет навыками решения основных типов теоретико-числовых задач; основными теоретико-числовыми методами; навыками выбирать целесообразный метод решения задач для решения теоретико-числовых задач; навыками выдвигать и обосновывать математические гипотезы в ходе решения задач теории чисел; навыками решения прикладных задач, с помощью теории чисел
Ментальная карта модуля		Составить ментальную карту модуля Критерии оценки В карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы Количество баллов0-8	Числовые сравнения. Сравнения с неизвестной величиной знает: теоретические положения теории чисел, определение основных понятий, формулировки теорем; умеет: находить взаимосвязь между основными понятиями темы; владеет: аппаратом теории чисел

Промежуточный контроль

по дисциплине – экзамен, включает в себя 2 теоретических вопроса (один по первому, второй по второму модулю) и 1 задачу. Перечень вопросов представлен в списке теоретических вопросов, примеры задач представлены в домашних работах, контрольной работе и индивидуальном задании.

Каждое задание оценивание от 0 до 5 баллов

Количество баллов за экзамен 0-15