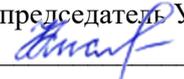


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Кислова Наталья Николаевна  
Должность: Проректор по УМР и качеству образования  
Дата подписания: 28.10.2018  
Уникальный программный ключ:  
52802513f5b14a975b3e9b13008093d5726b159bf6064f865ae665b96a966c035

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный социально-педагогический университет»

Кафедра физики, математики и методики обучения

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УМР и КО,  
председатель УМС СГСПУ  
 Н.Н. Кислова

## МОДУЛЬ "ПРЕДМЕТНОЕ ОБУЧЕНИЕ. МАТЕМАТИКА"

### Алгебра

#### рабочая программа дисциплины (модуля)

|                         |   |                            |  |
|-------------------------|---|----------------------------|--|
| Закреплена за кафедрой  | <b>Физики, математики и методики обучения</b>   |                            |  |
| Учебный план            | ФМФИ-619МФo(5г).plx<br>Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)<br>Направленность (профиль): «Математика и Физика»<br>С изменениями:<br>протокол №4 от 30.11.2018 |                            |  |
| Квалификация            | <b>бакалавр</b>   |                            |  |
| Форма обучения          | <b>очная</b>  |                            |  |
| Общая трудоемкость      | <b>14 ЗЕТ</b>   |                            |  |
| Часов по учебному плану | 504   | Виды контроля в семестрах: |  |
| в том числе:            |   | экзамены 4, 2              |  |
| аудиторные занятия      | 172   | зачеты с оценкой 3, 1      |  |
| самостоятельная работа  | 332   |                            |  |

#### Распределение часов дисциплины по семестрам

| Семестр(Курс.Номер семестра на курсе) | 1(1.1) |     | 2(1.2) |     | 3(2.1) |     | 4(2.2) |     | Итого |     |
|---------------------------------------|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|-------|-----|
|                                       | УП     | РПД | УП     | РПД | УП     | РПД | УП     | РПД | УП    | РПД |
| Лекции                                | 16     | 16  | 16     | 16  | 16     | 16  | 16     | 16  | 64    | 64  |
| Практические                          | 26     | 26  | 26     | 26  | 26     | 26  | 26     | 26  | 104   | 104 |
| В том числе инт.                      | 18     | 18  | 16     | 16  | 18     | 18  | 8      | 8   | 60    | 60  |
| Консультация перед экзаменом          | 0      | 0   | 2      | 2   | 0      | 0   | 2      | 2   | 4     | 4   |
| Итого ауд.                            | 42     | 42  | 44     | 44  | 42     | 42  | 44     | 44  | 172   | 172 |
| Контактная работа                     | 42     | 42  | 44     | 44  | 42     | 42  | 44     | 44  | 172   | 172 |
| Сам. работа                           | 66     | 66  | 100    | 100 | 66     | 66  | 100    | 100 | 332   | 332 |
| Итого                                 | 108    | 108 | 144    | 144 | 108    | 108 | 144    | 144 | 504   | 504 |

Программу составил(и):  
Иванюк Мария Евгеньевна

При наличии обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья, которым необходим особый порядок освоения дисциплины (модуля), по их желанию разрабатывается адаптированная к ограничениям их здоровья рабочая программа дисциплины (модуля).

Рабочая программа дисциплины  
**Алгебра**

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана:

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль): «Математика и Физика»

С изменениями:

протокол №4 от 30.11.2018

утвержденного учёным советом вуза от 31.08.2018 протокол № 1.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры  
**Физики, математики и методики обучения**

Протокол от 28.08.2018г. №1

Зав. кафедрой Е.В. Галиева

Начальник УОП



Н.А. Доманина

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**Цель изучения дисциплины:** цель учебной дисциплины «Алгебра» - сформировать систематизированные знания, умения и навыки по алгебре, направленные на применение их в профессиональной деятельности

**Задачи изучения дисциплины:**

сформировать навыки самообразования и личностного роста;  
 проектирование отдельных компонентов школьной программы по алгебре;  
 сформировать представления об истории развития алгебры, ее основных теорий;  
 научить применять аппарат алгебры в процессе математического моделирования явлений (объектов, процессов), решении исследовательских задач.

**Область профессиональной деятельности:**

**01 Образование и наука (в сфере начального общего, основного общего, среднего общего образования, профессионального обучения, профессионального образования, дополнительного образования; в сфере научных исследований)**

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Цикл (раздел) ОП: Б1.О.03

**2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:**

Содержание дисциплины базируется на материале:

Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в школьном курсе алгебры.

**2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**

«Математический анализ», «Геометрия», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Теория чисел»

«Числовые системы»

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

**УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи**

Знает:

- базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.)

Умеет:

- работать с основными алгебраическими моделями;

**УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи**

Знает:

- теоретические положения линейной алгебры (теория матриц, определители, системы линейных уравнений, арифметическое  $n$ -мерное векторное пространство), теории комплексных чисел;  
 - теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);  
 - теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);  
 - теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);

Умеет:

- доказывать основные теоремы линейной алгебры, алгебры многочленов, алгебраических структур;  
 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей

**УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски**

Умеет:

- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, алгебры многочленов, алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код занятия | Наименование разделов и тем /вид занятия/   | Семестр / Курс | Часов | Интеракт. |
|-------------|---|----------------|-------|-----------|
|             | <b>Раздел 1. Системы линейных уравнений</b> |                |       |           |
| 1.1         | Теория матриц /Лек/                         | 1              | 2     |           |
| 1.2.        | Определители/Лек/                           | 1              | 2     |           |

|   |   |   |    |   |
|---|---|---|----|---|
| 1.3   | Системы линейных уравнений и методы их решения/Лек/   | 1 | 4  |   |
| 1.4   | Обратная матрица/Лек/   | 1 | 2  |   |
| 1.5   | Арифметическое n-мерное векторное пространство/Лек/   | 1 | 2  |   |
| 1.6   | Матрицы. Операции над матрицами./Пр/  | 1 | 2  | 2 |
| 1.7   | Определители/Пр/  | 1 | 2  | 2 |
| 1.8   | Решение систем линейных уравнений методом Гаусса./Пр/   | 1 | 2  | 2 |
| 1.10  | Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера/Пр/   | 1 | 2  | 2 |
| 1.11  | Обратная матрица. Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений в матричной форме./Пр/   | 1 | 4  | 2 |
| 1.12  | Контрольная работа./Пр/   | 1 | 2  | 2 |
| 1.13  | Арифметическое n-мерное векторное пространство./Пр/   | 1 | 2  |   |
| 1.14  | Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений. /Пр/  | 1 | 2  | 2 |
| 1.15  | Выполнение индивидуального задания  | 1 | 15 |   |
| 1.16  | Составление ментальных карт по темам раздела  | 1 | 15 |   |
| <b>Раздел 2</b> Комплексные числа                 |   |   |    |   |
| 2.1.  | Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация   | 1 | 2  |   |
| 2.2   | Тригонометрическая форма комплексного числа/Лек/  | 1 | 2  |   |
| 2.3   | Комплексные числа: алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. /пр        | 1 | 2  | 2 |
| 2.4   | Геометрическая интерпретация комплексного числа./Пр/  | 1 | 2  | 2 |
| 2.5   | Комплексные числа: тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме./Пр | 1 | 2  |   |
| 2.6   | Решение задач по теме «Комплексные числа». Отчет по индивидуальной работе/Пр/.  | 1 | 2  |   |
| 2.7   | Выполнение индивидуального задания/Ср/  | 1 | 18 |   |
| 2.8   | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/  | 1 | 18 |   |
| 2.9   | Консультация перед экзаменом/КонсЭ  | 1 | 2  |   |
| <b>Раздел 3</b> Линейные (векторные) пространства |   |   |    |   |
| 3.1   | Линейные (векторные) пространства /Лек/   | 2 | 2  |   |
| 3.2   | Матрица перехода от одного базиса к другому/Лек/  | 2 | 2  |   |
| 3.3   | Системы линейных уравнений с точки зрения линейных пространств/Лек/   | 2 | 2  |   |
| 3.4.  | Линейные пространства со скалярным умножением/Лек/  | 2 | 2  |   |
| 3.5   | Евклидово пространство/Лек/   | 2 | 2  |   |
| 3.6   | Линейное (векторное) пространство. Подпространство векторного пространства. /Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 3.7   | Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Операции над векторами в координатах. /Пр/                  | 2 | 2  | 2 |
| 3.8.  | Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при изменении базиса. /Пр/                                | 2 | 2  | 2 |
| 3.9   | Операции над подпространствами. /Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 3.10  | Пространство решений системы линейных однородных уравнений. /Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 3.11  | Линейное многообразие решений системы линейных уравнений. /Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 3.12  | Контрольная работа. /Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 3.13  | Линейные пространства со скалярным умножением. Процесс ортогонализации базиса. /Пр/   | 2 | 2  |   |
| 3.14  | Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис. /Пр/  | 2 | 2  |   |
| 3.15  | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/  | 2 | 25 |   |
| 3.19  | Выполнение индивидуальной работы /Ср/   | 2 | 25 |   |
| <b>Раздел 4</b> Линейные операторы                |   |   |    |   |
| 4.1   | Линейные операторы (преобразования) векторного пространства/Лек/  | 2 | 2  |   |

|      |  |   |    |   |
|------|--|---|----|---|
| 4.2  | Геометрические свойства линейного оператора. Инвариантные подпространства./Лек/  | 2 | 2  |   |
| 4.3  | Собственные векторы и собственные значения линейного оператора./Лек/   | 2 | 2  |   |
| 4.4  | Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах /Пр/  | 2 | 2  |   |
| 4.5  | Собственные векторы и собственные значения линейного оператора./Пр/  | 2 | 2  | 2 |
| 4.6  | Приведение квадратных матриц к диагональному виду./Пр/   | 2 | 2  |   |
| 4.7  | Отчет по индивидуальному заданию./Пр/  | 2 | 2  |   |
| 4.8  | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/   | 2 | 25 |   |
| 4.9  | Выполнение индивидуальной работы /Ср/  | 2 | 15 |   |
|      | <b>Раздел 5</b> Многочлены от одной переменной   | 3 |    |   |
| 5.1  | Кольцо многочленов/Лек/  | 3 | 2  |   |
| 5.2  | Теория делимости многочленов/Лек/  | 3 | 2  |   |
| 5.3  | НОД и НОК многочленов/Лек/   | 3 | 2  |   |
| 5.4  | Приводимые и неприводимые над полем многочлены/Лек/  | 3 | 2  |   |
| 5.5. | Кратные множители многочлена/Лек/  | 3 | 2  |   |
| 5.6  | Степень многочлена. Свойства степени. Алгебраическое и функциональное  | 3 | 2  | 2 |
| 5.7  | Делимость многочленов /Пр/   | 3 | 2  | 2 |
| 5.8  | НОД, НОК многочленов./ Пр/   | 3 | 2  | 2 |
| 5.9  | Кратные корни многочлена. Критерий кратности корня./ Пр/   | 3 | 2  | 2 |
| 5.10 | Приводимые и неприводимые над полем многочлены. Отделение кратных  | 3 | 2  | 2 |
| 5.11 | Теорема Виета/ Пр/   | 3 | 2  | 2 |
| 5.12 | Коллоквиум «Многочлены от одной переменной»/ Пр/   | 3 | 2  |   |
| 5.13 | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/   | 3 | 11 |   |
| 5.14 | Решение дополнительных задач по темам раздела/Ср/  | 3 | 22 |   |
|      | <b>Раздел 6</b> Многочлены от нескольких переменных. Многочлены над числовыми полями   | 3 |    |   |
| 6.1  | Кольцо многочленов от $n$ переменных над полем $P$ /Лек/   | 3 | 2  |   |
| 6.2  | Многочлены над полем комплексных чисел/Лек/  | 3 | 2  |   |
| 6.3  | Многочлены над полем рациональных чисел./Лек/  | 3 | 2  |   |
| 6.4  | Многочлены от $n$ переменных./Пр/  | 3 | 2  |   |
| 6.5  | Симметрические многочлены/Пр/  | 3 | 2  | 2 |
| 6.6  | Многочлены над полем комплексных чисел. Многочлены над полем действительных чисел/Пр/  | 3 | 2  | 2 |
| 6.7  | Решение уравнений третьей степени/Пр/  | 3 | 2  | 2 |
| 6.8  | Вычисление целых и рациональных корней многочлена с целыми / коэффициентами. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел. Пр/ | 3 | 2  |   |
| 6.9  | Отчет по индивидуальному заданию /Пр/ чисел.   | 3 | 2  |   |
| 6.10 | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/   | 3 | 11 |   |
| 6.11 | Решение дополнительных задач по темам раздела/Ср/  | 3 | 22 |   |
|      | <b>Раздел 7</b> Группы   |   |    |   |
| 7.1  | Группы /Лек/   | 4 | 2  |   |
| 7.2  | Подгруппы /Лек/  | 4 | 2  |   |
| 7.3  | Смежные классы/Лек/  | 4 | 2  |   |
| 7.4  | Группы. Подгруппы /Пр/   | 4 | 2  | 2 |
| 7.5  | Смежные классы. Нормальные делители и фактор-группы. /Пр/  | 4 | 2  | 2 |
| 7.6  | Порядок элемента группы. Циклические группы. /Пр/  | 4 | 2  | 2 |
| 7.7  | Изоморфизм групп. /Пр/   | 4 | 2  | 2 |
| 7.8  | Коллоквиум «Группы»./Пр/   | 4 | 2  |   |
| 7.9  | Отчет по индивидуальной работе/Пр/   | 4 | 2  |   |
| 7.10 | Выполнение индивидуальной работы /Ср/  | 4 | 25 |   |
| 7.11 | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/   | 4 | 25 |   |
|      | <b>Раздел 8</b> Кольца. Поля   | 4 |    |   |

|      |   |   |    |  |
|------|---|---|----|--|
| 8.1  | Кольца/Лек/   | 4 | 2  |  |
| 8.2  | Идеалы колец/Лек/   | 4 | 2  |  |
| 8.3  | Фактор-кольцо/Лек/  | 4 | 2  |  |
| 8.4  | Делимость элементов в кольцах/Лек/                                      | 4 | 2  |  |
| 8.5  | Простые и составные элементы. Области целостности/Лек/                  | 4 | 2  |  |
| 8.6  | Кольца. Подкольца. Поля/Пр/   | 4 | 2  |  |
| 8.7  | Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Фактор-кольцо./Пр/ | 4 | 2  |  |
| 8.8  | Область целостности. Делители нуля. Простейшие свойства делимости в     | 4 | 2  |  |
| 8.9  | Обратимые и ассоциированные элементы/Пр/                                | 4 | 2  |  |
| 8.10 | Простые и составные элементы области целостности/Пр/                    | 4 | 2  |  |
| 8.11 | Контрольная работа по разделу 8/Пр/                                     | 4 | 2  |  |
| 8.12 | Теоретический опрос по разделу 8/Пр/                                    | 4 | 2  |  |
| 8.13 | Составление ментальных карт по темам раздела/Ср/                        | 4 | 25 |  |
| 8.14 | Решение дополнительных задач /Ср/                                       | 4 | 25 |  |
| 8.15 | Консультация перед экзаменом/КонсЭ                                      | 4 | 2  |  |

### 5. Оценочные и методические материалы по дисциплине (модулю)

#### 5.1. Содержание аудиторной работы по дисциплине (модулю)

Раздел 1 Системы линейных уравнений

Лекция №1

Тема Матрицы

План

1. Матрицы: определение, размерность, виды матриц.

2. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование, правила выполнения действий над матрицами, свойства операций.

3. Согласованность матриц.

Лекция №2

Тема Определители.

План

1. Определители 2-ого и 3-его порядков.

2. Перестановки. Четность перестановки.

3. Определители n-ого порядка.

4. Свойства определителей.

5. Разложение определителей по элементам ряда.

6. Методы вычисления определителей

Лекция №3 Системы линейных уравнений и методы их решений

План

1. Основные понятия.

2. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

3. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными (формулы Крамера).

Лекция №4 Обратная матрица

План

1. Определение, условие существования обратной матрицы.

2. Определитель произведения квадратных матриц.

3. Методы нахождения обратной матрицы.

4. Матричные уравнения.

5. Запись и решение систем линейных уравнений в матричной форме

Лекция №5

Тема Арифметическое n-мерное векторное пространство.

План

1. Арифметическое n-мерное векторное пространство.

2. Линейная зависимость векторов.

3. Ранг и базис конечной системы векторов.

4. Ранг матрицы, методы его вычисления.

5. Критерий совместности системы m линейных уравнений с n неизвестными, его применение к решению систем линейных однородных уравнений.

Практическое занятие №1

Тема Матрицы. Операции над матрицами.

Цель: рассмотреть понятие матрицы, научиться выполнять операции: сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование.

Типы заданий:

1. Выполните действия:

a)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix};$  б)  $(5 \ 1 \ 0 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -4 \\ 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

2. Найдите значение многочлена  $f(x) = x^2 - 5x + 3$ , где  $x = A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ .

3. Вычислите  $AB - BA$ :

$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ .

Практическое занятие №2

Тема

Определители.

Цель: рассмотреть понятие определителя, свойства, научиться вычислять определители 2-го, 3-го и n-ого порядков.

Типы заданий:

1. Вычислите определители:

1)  $\begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix},$  2)  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix},$  3)  $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 2-\sqrt{5} \\ 2+\sqrt{5} & 1-\sqrt{2} \end{vmatrix},$  4)  $\begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix};$

5)  $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x^3 & x^2+x+1 \end{vmatrix};$  6)  $\begin{vmatrix} -2 & 5 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix};$  7)  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix};$  8)  $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & b \\ 1 & a & 0 & c \\ 1 & b & c & 0 \end{vmatrix}.$

2. Найдите какие-либо решения уравнения:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Практическое занятие №3

Тема Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Цель: рассмотреть основные понятия: линейное уравнение, системы линейных уравнений, решение линейного уравнения, решения систем линейных уравнений, научиться применять метод Гаусса при решении систем линейных уравнений.

Типы заданий:

Решите системы линейных уравнений методом Гаусса:

1.  $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -3 \\ -2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 14 \\ 8x_1 + 6x_2 + 12x_3 - 5x_4 = -13 \end{cases};$  2.  $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = -5 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = -3 \end{cases};$

3.  $\begin{cases} 2x_1 + 14x_2 + 9x_3 = 4 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 19 \end{cases}.$

Практическое занятие №4

Тема Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Цель: повторить основные понятия, научиться применять формулы Крамера при решении систем линейных уравнений.

Типы заданий: Решите системы линейных уравнений по формулам Крамера:

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Решите системы линейных однородных уравнений

$$1) \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ -2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 0 \\ 8x_1 + 6x_2 + 12x_3 - 5x_4 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0 \\ 4x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0 \end{cases}; \quad 3) \begin{cases} 2x_1 + 14x_2 + 9x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Практическое задание №5

Тема Обратная матрица. Матричные уравнения. Решение систем линейных уравнений в матричной форме.

Цель: рассмотреть понятие обратной матрицы и ее применение к решению матричных уравнений и систем линейных уравнений.

Типы заданий: Решите матричное уравнение:

$$A \cdot X \cdot B = C, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ -9 & 17 \end{pmatrix}.$$

Решите системы линейных уравнений в матричной форме, по формулам Крамера:

$$1) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4 \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = 5 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - 6x_2 + 3x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Практическое занятие №6

Контрольная работа 1.

Цель проверка знаний по разделу №1

Примерный вариант

1. Выполните действия

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 7 \\ 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 6 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ -3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ 3x_1 - 7x_2 + 2x_3 + 11x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера, выполните проверку

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -10 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = -5 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 15 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$$

Практическое занятие №7

Тема Арифметическое n-мерное векторное пространство.

Цель: рассмотреть основные понятия: вектор, операции над векторами, арифметическое векторное пространство, системы векторов и их свойства.

Типы заданий:

1. Вычислите линейную комбинацию векторов  $5b_1 - 6b_2 + 7b_3 - b_4$ , если  $b_1 = a_1 - a_2 + a_3$ ,  $b_2 = 2a_1 - a_2$ ,  $b_3 = a_1 + 2a_2 - 3a_3$ ,  $b_4 = a_1 + a_2 + 2a_3$ , где  $a_1 = (1; -1; 2; -2)$ ,  $a_2 = (1; 1; -1; -1)$ ,  $a_3 = (3; 0; -1; 2)$ .
2. Решите уравнение  $2a_1 + 3a_2 - a_3 - 7x = a_4$ , где  $a_1 = (-1; 2; -3; 4)$ ,  $a_2 = (-1; -1; -1; 5)$ ,  $a_3 = (2; -5; -1; 3)$ ,  $a_4 = (2; 1; -2; -1)$ .
3. Дана система векторов  $a_1 = (1; 1; 4; 2)$ ,  $a_2 = (1; -1; -2; 4)$ ,  $a_3 = (0; 2; 6; -2)$ ,  $a_4 = (-3; -1; 3; 4)$ ,  $a_5 = (-1; 0; -4; -7)$ .

Будет ли система векторов линейно зависима? Можно ли представить вектор  $a_5$  в виде линейной комбинации векторов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_4$ ?

Практическое занятие №8

Тема Ранг матрицы. Исследование систем линейных уравнений.

Цель: 1) рассмотреть понятие ранга матрицы и его применение к исследованию систем линейных уравнений;

Типы заданий:

1. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$ .

2. Исследуйте и решите системы линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}; \quad 2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

Практическое занятие №9

Тема Коллоквиум «Арифметическое n-мерное векторное пространство».

Типы заданий для коллоквиума.

Примерный вариант:

1. Теоретический вопрос из списка.
2. Дана система векторов  $a_1 = (1; 1; 4; 2)$ ,  $a_2 = (1; -1; -2; 4)$ ,  $a_3 = (0; 2; 6; -2)$ ,  $a_4 = (-3; -1; 3; 4)$ ,  $a_5 = (-1; 0; -4; -7)$ . Будет ли система векторов линейно зависима? Можно ли представить вектор  $a_5$  в виде линейной комбинации векторов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_4$ ?
3. Исследуйте и решите систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

Список теоретических вопросов

1. Определение матрицы. Определение квадратной матрицы.
2. Равенство матриц. Свойства.
3. Определение суммы матриц. Свойства.
4. Произведение матрицы на число. Свойства.
5. Определение произведения  $i$ -ой строки на  $k$ -ый столбец.
6. Согласованные матрицы.
7. Произведение матриц. Свойства.
8. Транспонирование матриц. Свойства.
9. Определитель второго порядка. Свойства.
10. Определитель третьего порядка. Свойства.
11. Перестановка. Подстановка. Инверсия. Четность инверсии.
12. Определитель  $n$ -ого порядка. Свойства.
13. Определение алгебраического дополнения.
14. Определение минора.
15. Определение линейного уравнения.
16. Определение системы линейных уравнений.
17. Определение решения линейного уравнения.
18. Определение решения с.л.у.
19. Определении совместной, несовместной системы.
20. Элементарные преобразование с.л.у.
21. Определение с.л.о.у.
22. Определение обратной матрицы. Определение обратной матрицы.
23. Решение матричных уравнений.
24. Методы решения с.л.у.
25. Определение линейной комбинации векторов.
26. Определение линейно зависимой системы векторов.
27. Определение линейно независимой системы векторов.
28. Свойства линейно зависимых векторов.
29. Определение арифметического  $n$ -мерного векторного пространства
30. Определение ранга конечной системы векторов.
31. Определение базиса конечной системы векторов.
32. Ранг матрицы
33. Критерий совместности.

Раздел 2 Комплексные числа

Лекция №1

Тема Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа

План

1. Алгебраическая форма записи комплексного числа.
2. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
3. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль, аргумент.

Лекция №2

Тема Тригонометрическая форма записи комплексного числа

План

1. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
2. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Практическое занятие №1

Тема Комплексные числа: алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексного числа.

Цель: рассмотреть алгебраическую форму комплексного числа, действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическую интерпретацию.

Типы заданий:

1. Найдите действительные числа  $x$  и  $y$ , если:

1)  $(x + 3iy) + (2y - 3ix) = 1 + 2i$ ;

2)  $(x - 2iy) + (y + 6ix) = 1 - 3i$ .

2. Решите уравнение:

1)  $z + 2\bar{z} = 3 + i$ ;

2)  $z \operatorname{Im} z = -i$ .

3. Вычислите:

1)  $\frac{(7 + 8i)(-2 - 3i) + (27 + 34i)}{(1 - i) - (2 + 3i)(4 + 5i)}$ ;

2)  $\frac{(2 + i)^3 + (1 - i)^2}{(1 + i)^3 - (2 + 3i)^2}$ .

4. Решите уравнение:

1)  $9z^2 + 6z + 10 = 0$ ;

11)  $z^2 - 6z + 11 = 0$ .

### Практическое занятие №2

#### Тема

Геометрическая интерпретация комплексного числа.

Цель: рассмотреть геометрическую интерпретацию комплексного числа.

Типы заданий:

На комплексной плоскости найдите все точки, изображающие комплексные числа  $z$ , удовлетворяющие следующим условиям:

1)  $\begin{cases} |z| \geq 1 \\ |z + 1| \leq 2 \end{cases}$ ;

2)  $\operatorname{Im} z \geq 2$  или  $\operatorname{Re} z < 3$ .

### Практическое занятие №3

Тема Комплексные числа: тригонометрическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Цель: рассмотреть тригонометрическую форму записи комплексного числа и действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Типы заданий:

Вычислите:

1)  $\sqrt[5]{\frac{-\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{\sqrt{75} - 5i}}$ ;

2)  $\sqrt[4]{\frac{1 + i}{\sqrt{75} - 5i}}$ .

### Практическое занятие №4

Тема Решение задач по теме «Комплексные числа».

Цель рассмотреть различные типы задач по теме

План

1. Решение различных типов задач.
2. Отчет по индивидуальной работе.

Раздел № 3 Линейные (векторные) пространства

Лекция №1

Тема Линейные (векторные) пространства

План 1. Линейные (векторные) пространства: определение, примеры, свойства.

2. Подпространство: определение, критерий, примеры.
3. Базис и размерность векторного пространства.
4. Координаты вектора в заданном базисе.
5. Операции над векторами в координатах.

|   |
|---|
| <p>6. Изоморфизм векторных пространств: определение, свойства.<br/>Лекция №2 Матрица перехода от одного базиса к другому.<br/>План<br/>1. Матрица перехода от одного базиса к другому.<br/>2. Преобразование координат вектора при изменении базиса.<br/>3. Операции над подпространствами (пересечение, сумма, прямая сумма).<br/>Лекция №3<br/>Тема Системы линейных уравнений с точки зрения линейных пространств.<br/>План<br/>1. Системы линейных уравнений с точки зрения линейных пространств<br/>2. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Его размерность и базис (фундаментальная система решений).<br/>3. Линейное многообразие. Линейное многообразие решений системы линейных уравнений.<br/>Лекция №4<br/>Тема Линейные пространства со скалярным умножением<br/>План<br/>1. Линейные пространства со скалярным умножением: определение, примеры, свойства.<br/>2. Ортогональная система векторов.<br/>3. Ортогональный базис. Процесс ортогонализации базиса.<br/>4. Ортогональное дополнение к подпространству</p>   |
| <p>Лекция №5<br/>Тема Евклидово пространство<br/>План<br/>1. Евклидово пространство: определение, примеры.<br/>2. Норма вектора и ее свойства. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.<br/>3. Ортонормированный базис.<br/>4. Изоморфизм Евклидовых пространств: определение, свойства.<br/>Практическое занятие №1<br/><b>Тема</b> Линейное (векторное) пространство. Подпространство векторного пространства.<br/><b>Цель:</b> рассмотреть понятие линейного (векторного) пространства, примеры пространств, понятие подпространства, научиться определять подпространства, используя определение и критерий подпространства.<br/><b>Типы заданий:</b><br/>1. Является ли векторным пространством над полем рациональных чисел множество чисел вида <math>a + b\sqrt{2}</math>, <math>a, b \in \mathbb{Q}</math>.<br/>2. Проверьте, выполняются ли аксиомы векторного пространства для множества всех векторов некоторой плоскости с операциями сложения и умножения на действительные числа. Сложение геометрических векторов и умножение векторов на число определены обычным образом.<br/>3. Покажите, что множество матриц вида <math>\begin{pmatrix} a &amp; b \\ b &amp; a \end{pmatrix}</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math> является линейным подпространством линейного пространства квадратных матриц второго порядка с действительными элементами.<br/>4. Является ли подпространством арифметического <math>n</math>-мерного векторного пространства с действительными координатами множество векторов из этого пространства, координаты которых удовлетворяют уравнению <math>x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0</math>.<br/>Практическое занятие №2<br/>Тема Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Операции над векторами в координатах.<br/><b>Цель:</b> повторить свойства линейно зависимых векторов, рассмотреть понятие размерности и базиса пространства.<br/><b>Типы заданий:</b><br/>1. Является ли система векторов базисом соответствующего линейного пространства, если координаты векторов заданы в первоначальном базисе:<br/>а) <math>a_1 = (1; 2; 3)</math>, <math>a_2 = (-1; 0; 1)</math>, <math>a_3 = (2; -1; 0)</math>, <math>V_3, \mathbb{R}</math>;<br/>б) <math>a_1 = (1; -1; 0; 1)</math>, <math>a_2 = (2; 2; 3; -5)</math>, <math>a_3 = (1; -2; 1; 3)</math>, <math>a_4 = (3; 0; 4; -2)</math>, <math>V_4, \mathbb{R}</math>.<br/>2. Координаты всех векторов заданы в некотором базисе. Выясните, является ли система векторов базисом соответствующего пространства. Найдите координаты вектора <math>x</math> в этом базисе. Определите размерность пространства.<br/>а) <math>a_1 = (1; 1; 1)</math>, <math>a_2 = (1; 1; 2)</math>, <math>a_3 = (1; 2; 3)</math>, <math>x = (6; 9; 14)</math>;<br/>б) <math>a_1 = (1; -1; 1; -1)</math>, <math>a_2 = (1; 0; 2; -1)</math>, <math>a_3 = (2; -1; 4; 1)</math>, <math>a_4 = (4; -2; 7; 0)</math>,<br/><math>x = (1; -2; -1; 2)</math>.<br/>3. При каких значениях числа <math>\lambda</math> система векторов <math>(\lambda; 1; 0)</math>, <math>(1; \lambda; 1)</math>, <math>(0; 1; \lambda)</math> образует базис:<br/>а) пространства <math>\mathbb{Q}_3</math>; б) пространства <math>\mathbb{R}_3</math>.</p> |

4. Найдите размерность и базис линейного пространства матриц второго порядка с действительными элементами над полем действительных чисел.

Практическое занятие №3

Тема Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при изменении базиса.

Цель: определить связь между базисами векторного пространства, рассмотреть матрицу перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при изменении базиса

Типы заданий:

1. Докажите, что любая из систем векторов является базисом линейного пространства  $V_3$ . Найдите матрицу

перехода от базиса  $\{e_1, e_2, e_3\}$  к базису  $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

$$e_1 = (1; 0; 0), \quad e'_1 = (1; 0; 1),$$

$$e_2 = (1; -1; 0), \quad e'_2 = (-1; 1; 0),$$

$$e_3 = (1; -1; 1), \quad e'_3 = (1; 0; -1).$$

2. Дано линейное пространство  $V_3$ ,  $\{e_1, e_2, e_3\}$ ,  $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$  - базисы.

$$e'_1 = e_1 + e_2$$

$$e'_2 = 2e_1 - e_2 + e_3$$

$$e'_3 = e_2 - 2e_3$$

$$a = e_1 + e_2 + e_3.$$

Найдите координаты вектора  $a$  в базисе  $\{e'_1, e'_2, e'_3\}$ .

Практическое занятие №4

Тема Операции над подпространствами.

Цель: рассмотреть основные операции над пространствами.

Типы заданий:

Найдите размерность суммы и пересечения линейных подпространств, натянутых на векторы

$$1) \quad L_1: \quad a_1 = (1; -1; 1), \quad L_2: \quad b_1 = (1; 3; 1), \\ a_2 = (2; -1; 3), \quad b_2 = (-1; 1; 1). \\ a_3 = (3; -2; 5),$$

$$2) \quad L_1: \quad a_1 = (1; 1; 0; 0), \quad L_2: \quad b_1 = (1; 0; 1; 0), \\ a_2 = (0; 1; 1; 0), \quad b_2 = (0; 2; 1; 1) \\ a_3 = (0; 0; 1; 1), \quad b_3 = (1; 2; 1; 2)$$

Практическое занятие №5

Тема Пространство решений системы линейных однородных уравнений.

Цель: рассмотреть фундаментальное решение системы линейных уравнений.

Типы заданий:

Найдите пространство решений системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0. \\ -x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$$

Практическое занятие №6

Тема Линейное многообразие решений системы линейных уравнений.

Цель: рассмотреть алгебраическую интерпретацию линейного многообразия решений системы линейных уравнений.

Типы заданий:

Найдите линейное многообразие решений системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5 \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8 \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9 \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4 \end{cases}$$

Практическое занятие №7

Тема Контрольная работа

Цель Проверить знания по разделу и умения решать типовые задачи раздела

Примерный текст работы

1. Найдите линейное многообразие решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -1 \end{cases}$$

2. Покажите, что каждая из систем векторов  $a_1 = (-1, 2, 3)$ ;  $a_2 = (0, 5, 4)$ ;  $a_3 = (2, 3, 1)$  и  $b_1 = (1, 2, 4)$ ;  $b_2 = (3, -1, 2)$ ;  $b_3 = (0, 1, -1)$  образует базис пространства  $V_3$ , и найдите матрицу перехода от базиса  $\{a_1, a_2, a_3\}$  к базису  $\{b_1, b_2, b_3\}$ .

3. Теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов

1. Определение линейного (векторного) пространства.
2. Определение векторного подпространства.
3. Критерий подпространства.
4. Определение линейной комбинации векторов.
5. Определение линейно зависимой системы векторов.
6. Определение линейно независимой системы векторов.
7. Свойства линейно зависимых векторов.
8. Определение ранга конечной системы векторов.
9. Определение базиса конечной системы векторов.
10. Размерность векторного пространства.
11. Определение базиса векторного пространства.
12. Определение координат вектора в заданном базисе.
13. Операции над векторами в координатах.
14. Определение изоморфных пространств.
15. Определение матрицы перехода от одного базиса к другому.
16. Запишите связь координат вектора при изменении базиса.
17. Операции над подпространствами.
18. Определение линейного многообразия решений системы линейных уравнений.
19. Определение скалярного произведения.
20. Определение невырожденного скалярного произведения.
21. Свойства скалярного произведения.
22. Определение ортогональных векторов.
23. Определение ортогональной системы векторов.
24. Определение ортогонального базиса.
25. Процесс ортогонализации.
26. Определение ортогонального дополнения к подпространству.
27. Определение Евклидова пространства.
28. Определение нормы вектора.
29. Определение ортонормированного базиса.
30. Изоморфизм Евклидовых пространств.

Практическое занятие №8

Линейные пространства со скалярным умножением. Процесс ортогонализации базиса.

Цель: рассмотреть понятие скалярного умножения, процесс перехода от произвольного базиса к ортогональному.

Типы заданий:

1. Дополните систему векторов до ортогонального базиса пространства  $R_4$ :

$$e_1 = (1; 1; 1; 1), \quad e_2 = (1; 1; -1; -1).$$

2. Найдите нормированный вектор, дополняющий систему до ортогонального базиса пространства  $R_3$ :

$$a_1 = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), \quad a_2 = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right).$$

3. Применяя процесс ортогонализации, постройте ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов:

$$e_1 = (1; 1; -1; -1), \quad e_2 = (1; 3; 3; 1), \quad e_3 = (2; 4; 2; 0), \quad e_4 = (1; 0; -1; 0).$$

Практическое занятие №9

Тема Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис.

Цель: рассмотреть понятие нормы вектора, ортонормированного базиса.

Типы заданий:

Применяя процесс ортогонализации, постройте ортонормированный базис подпространства, натянутого на систему векторов:

$$e_1 = (1; -1; 2; 2), \quad e_2 = (3; -1; 2; 1), \quad e_3 = (-5; 1; 3; 5), \quad e_4 = (0; 2; 1; 0).$$

Раздел 4

Лекция №1

Тема Линейные операторы (преобразования) векторного пространства

План

1. Линейные операторы (преобразования) векторного пространства: определение, примеры.
2. Простейшие свойства линейных операторов.
3. Задание линейного оператора.
4. Матрица линейного оператора в фиксированном базисе.
5. Связь координат образа и прообраза. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах

Лекция №2

Тема Геометрические свойства линейного оператора. Инвариантные подпространства

План

1. Геометрические свойства линейного оператора (образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора).
2. Инвариантные подпространства.

Лекция №3

Тема Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

План

1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
2. Характеристическое уравнение линейного оператора

Практическое занятие №1

Тема Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.

Цель: рассмотреть понятие преобразования векторного пространства, линейное преобразование, способы задания линейного преобразования, связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.

Типы заданий:

1. Является ли преобразование арифметического векторного пространства  $R_3$  линейным? В случае линейности найдите матрицу данного линейного оператора относительно единичного базиса:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, 3x_1 - x_2, x_3).$$

2. Линейный оператор  $\varphi$  векторного пространства  $R_2$  переводит векторы  $e_1, e_2$  соответственно в  $a_1, a_2$ . Найдите матрицу линейного оператора в базисе  $e'_1, e'_2$ .

$$e_1 = (1; 1)$$

$$a_1 = (0; 2)$$

$$e'_1 = (1; 0)$$

$$e_2 = (-2; 3)$$

$$a_2 = (-3; 1)$$

$$e'_2 = (3; 1)$$

Практическое занятие №2

Тема Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Цель: рассмотреть собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Типы заданий:

Найдите собственные значения и собственные векторы оператора  $\varphi$ , заданного матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Практическое занятие №3

Тема Приведение квадратных матриц к диагональному виду.

Цель: рассмотреть особенности приведения матриц к диагональному виду

Типы заданий:

Приведите матрицу к диагональному виду

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Практическое занятие №4

Отчет по индивидуальной работе

Цель Проверка знаний по разделу 4 и умений решать типовые задачи раздела

Примерный текст индивидуальной работы

1. Линейное пространство  $V$  имеет базисные векторы  $e_1$  и  $e_2$ . Линейный оператор  $\varphi$  переводит базисные векторы в  $\varphi(e_1)$

$= a_1$  и  $\varphi(e_2) = a_2$ . Найдите матрицу линейного оператора  $\varphi$  в базисе  $e'_1, e'_2$ .

$$e_1 = (1; 1) \quad e'_1 = (1; 0) \quad a_1 = (3; 1)$$

$$e_2 = (0; 2) \quad e'_2 = (-1; -2) \quad a_2 = (-1; 3)$$

2. Найдите собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

Раздел №5 Многочлены от одной переменной

Лекция №1

Тема Кольцо многочленов

План

1. Кольцо многочленов. Необходимые алгебраические понятия.
2. Кольцо многочленов от одной переменной над произвольным полем  $P$ .
3. Степень многочлена и ее свойства. Значение многочлена, свойства значений.
4. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Теорема о тождественно равных многочленах над бесконечным полем и ее применение.

Лекция №2

Тема Теория делимости многочленов

План

1. Делимость многочленов: определение, свойства делимости.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Деление многочлена на двучлен  $(x - c)$ . Теорема Безу.
4. Схема Горнера и ее применение.
5. Корни многочлена. Теорема о наибольшем возможном числе различных корней многочлена над областью целостности.

Лекция №3

Тема НОД и НОК Многочленов

План

1. Наибольший общий делитель многочленов, его свойства.
2. Алгоритм Евклида.
3. Взаимно простые многочлены и их свойства.
4. Наименьшее общее кратное двух многочленов.
5. Связь НОД и НОК

Лекция №5

Тема Приводимые и неприводимые над полем многочлены

План

1. Приводимые и неприводимые над полем многочлены.
2. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов и ее применение. Формальная производная многочлена.
3. Формула Тейлора

Лекция №6

Тема Кратные множители многочлена

План

1. Кратные множители многочлена. Теорема о понижении кратности неприводимого множителя при дифференцировании.
2. Отделение кратных множителей. Кратные корни многочлена. Критерий кратности корня.
3. Поле разложения многочлена. Теорема о наибольшем возможном числе корней многочлена с учетом их кратности.
4. Теорема Виета

Практическое занятие №1

Тема Степень многочлена. Свойства степени. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Операции над многочленами.

Цель: рассмотреть основные понятия, научиться выполнять операции над многочленами.

Типы заданий:

1. Выполните действия:

а)  $(x^2 + x - 1)(2x^2 - x + 1)$ ;

б)  $(2x - 1)^2 + (4x^3 + 2x^2 - x - 3) \cdot (x^2 + 4) - (x + 1)^3$ ;

в)  $f(x) + \varphi(x) \cdot g(x)$ , где  $f(x) = x^3 + 7x^2 + 8$ ;  $\varphi(x) = x^2 - 6x + 4$ ;  $g(x) = x - 1$ .

2. Докажите, что значение многочлена не зависит от значения переменной  $f(x) = (x^2 - 3x + 2)(2x + 5) - (2x^2 + 7x + 17)(x - 4)$ .

3. Не перемножая, запишите  $f(x)$  в стандартном виде:

а)  $f(x) = (x+2)(x+3)(x+4)$ ; б)\*  $f(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$ .

5. Многочлен  $f(x)$  разложите по степеням  $(x-c)$ :

а)  $f(x) = -3x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 1$ ,  $c = 2$ ;

б)  $f(x) = 4x^5 + 3x^3 - 2x^2 + 5x$ ,  $c = -2$ .

Практическое занятие №2

Тема Делимость многочленов. Деление многочлена на двучлен  $(x - c)$ . Теорема Безу. Схема Горнера. Применение схемы Горнера к решению задач.

Цель: рассмотреть делимость многочленов, свойства делимости.

Типы заданий:

1. Найдите частное и остаток от деления многочлена  $f(x)$  на многочлен  $\varphi(x)$ , если:

а)  $f(x) = 5x^4 - 3x^5 + 3x - 1$ ,  $\varphi(x) = x + 1 - x^2$ ;

б)  $f(x) = 2x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 1$ ,  $\varphi(x) = x^2 - x$ .

2. Найдите все значения  $a$  и  $b$ , при которых многочлен  $f(x) = x^3 + ax^2 - x + b$  делится на  $\varphi(x) = x^2 - 1$ .

3. Докажите следствия из теоремы Безу:

а)  $(x^n - a^n) \mid (x - a)$  при  $\forall n$ ;

б)  $(x^{2n} - a^{2n}) \mid (x + a)$  при  $\forall n$ ;

в)  $(x^{2n+1} + a^{2n+1}) \mid (x + a)$  при  $\forall n$ .

4. Найдите  $f(x_0)$  (по определению и по схеме Горнера):

а)  $f(x) = 5x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 3x + 7$ ,  $x_0 = 3$ ;

б)  $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1+i)x^2 - 3x + (7+i)$ ,  $x_0 = -i$ ;

в)  $f(x) = x^5 + (1+2i)x^4 - (1+3i)x^2 + 7$ ,  $x_0 = 2-i$ .

5. Найдите частное и остаток от деления  $f(x)$  на  $x - c$ :

а)  $f(x) = x^5 - 2x^4 - x^3 + 2x + 5$ ,  $c = 7$ ;

б)  $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16$ ,  $c = 4$ ;

в)  $f(x) = 2x^6 - 2x^4 + 6x^3 - 8x + 11$ ,  $c = -\frac{3}{2}$ ;

г)  $f(x) = x^3 + x^2 - x$ ,  $c = 1 + 2i$ .

Практическое занятие №3

Тема НОД, НОК многочленов. Представление НОД через исходные многочлены. Взаимно простые многочлены.

Цель: рассмотреть понятие НОД и НОК многочленов, их свойства.

Типы заданий:

1. С помощью алгоритма Евклида найдите наибольший общий делитель многочленов:

а)  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$  и  $\varphi(x) = x^3 + 3x + 2$ ;

б)  $f(x) = 2x^6 - 5x^5 - 14x^4 + 36x^3 + 86x^2 + 12x - 31$  и  
 $\varphi(x) = 2x^5 - 9x^4 + 2x^3 + 37x^2 + 10x - 14$ ;

2. Пользуясь алгоритмом Евклида, подберите многочлены  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы выполнялось равенство  $f(x) \cdot M_1(x) + \varphi(x) \cdot M_2(x) = d(x)$ , где  $d(x) = (f(x), \varphi(x))$ , если  $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ ;  $\varphi(x) = 2x^3 + x^2 - x - 1$ .

Практическое занятие №4

Тема Кратные корни многочлена. Критерий кратности корня.

Цель: рассмотреть понятие корня многочлена, показатель кратности корня

Типы заданий:

Чему равен показатель кратности корня:

а)  $x_0 = -1$  для многочлена  $f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ ;

б)  $x_0 = -3$  для многочлена  $f(x) = x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27$ .

Практическое занятие №5

Тема Приводимые и неприводимые над полем многочлены. Отделение кратных множителей многочлена.

Цель: рассмотреть понятия приводимых и неприводимых многочленов, корней многочленов; рассмотреть понятие множителя  $k$ -ой кратности, теорему о понижении кратности неприводимого множителя при дифференцировании, алгоритм отделения кратных множителей

Типы заданий:

Разложите на неприводимые множители над полем действительных чисел:

- $x^4 + 7x^2 + 16$
- $x^6 + x^4 + x^2$
- $x^7 - x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 + x - 1$
- $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15$

Отделите кратные множители многочлена:

- $f(x) = 16x^4 - 8x + 3$ ;
- $f(x) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 5x + 2$ ;
- $f(x) = 2x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ ;
- $f(x) = 8x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 5x - 1$

Практическое занятие №6

Тема Теорема Виета.

Цель: рассмотреть применение теоремы Виета к решению задач

Типы заданий:

- Найдите условие, при котором  $f(x) = x^5 + ax^3 + b$  имеет двойной корень, отличный от нуля.
- Найдите условие, при котором  $f(x) = x^5 + 10ax^3 + 5bx + c$  имеет тройной корень, отличный от нуля.
- Многочлен  $f(x)$  четвертой степени со старшим коэффициентом равным 1, имеет число  $-2$  трехкратным корнем и при

Практическое задание №7

Коллоквиум «Многочлены от одной переменной»

Цель: проверить знания студентов по теме «Многочлены от одной переменной»

Типы заданий:

Теоретические вопросы:

- Определение кольца.
- Определение делителей нуля.
- Область целостности.
- Простое расширение кольца.
- Кольцо полиномов (многочленов).
- Определение многочлена, степени многочлена.
- Свойства степени многочлена.
- Значение многочлена, свойства.
- Равенство многочленов. Теорема о тождественно равных многочленах.
- Делимость многочленов.
- Свойства делимости.
- Деление с остатком.
- Теорема о делении с остатком.
- Теорема Безу.
- Схема Горнера.
- Наибольший общий делитель двух многочленов. Свойства.
- Взаимно простые многочлены и их свойства.
- Наименьшее общее кратное многочленов. Свойства.
- Корень многочлена. Теорема о корне многочлена.
- Кратный корень многочлена. Теорема о кратном корне многочлена.
- Приводимые и неприводимые многочлены над полем  $P$ . Свойства.
- Формальная производная многочлена.
- Формула Тейлора
- Кратные множители многочлена. Теорема и следствия из нее.
- Теорема Виета (прямая и обратная).

Примерное индивидуальное задание по разделу

1. Многочлен  $f(x)$  разложите по степеням  $(x-c)$  (двумя способами):

$$f(x) = -3x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 1, \quad c = 2$$

2. Найдите  $f(x_0)$  (по определению и по схеме Горнера):

$$f(x) = 5x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 3x + 7, \quad x_0 = 3$$

3. Пользуясь алгоритмом Евклида, подберите многочлены  $M_1(x)$  и  $M_2(x)$  так, чтобы выполнялось равенство  $f(x) \cdot M_1(x) + \varphi(x) \cdot M_2(x) = d(x)$ , где  $d(x) = (f(x), \varphi(x))$ , если  $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 5x + 2$ ;  $\varphi(x) = 2x^3 + x^2 - x - 1$ .

4. Определите показатель кратности корня  $x_0 = -1$  для многочлена  $f(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ .

Отделите кратные множители многочлена  $f(x) = 16x^4 - 8x + 3$ .

Раздел №6 Многочлены от нескольких переменных. Многочлены над числовыми полями

Лекция №1

Тема Кольцо многочленов от n переменных над полем P

План

1. Кольцо многочленов от n переменных над полем P.
2. Лексико-графическое упорядочение членов многочлена. Теорема о высшем члене произведения многочленов.
3. Симметрические многочлены и их свойства. Основная теорема о симметрических многочленах, следствие из нее.

Лекция №2

Тема Многочлены над полем комплексных чисел

План

1. Многочлены над полем комплексных чисел.
2. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
3. Многочлены над полем действительных чисел.
4. Сопряженность комплексных корней многочлена с действительными коэффициентами.
5. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем действительных чисел.

Лекция №3

Тема Многочлены над полем рациональных чисел

План

1. Многочлены над полем рациональных чисел.
2. Вычисление целых и рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.
3. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел.
4. Критерий неприводимости Эйзенштейна и следствие из него.

Практическое занятие №1

Тема Многочлены от n переменных.

Цель: рассмотреть основные понятия теории многочленов от n переменных.

Типы заданий:

1. Найдите частное от деления многочлена  $f(x, y) = 3x^5 + y^5 + x^4y + xy^4 + 4x^3y^2 + 2x^2y^3$  на многочлен  $\varphi(x, y) = x^2y + xy^2 + 3x^3 + y^3$ .

2. Разложите на множители:

а)  $f(x, y, z) = x^3 + xyz + x^2z + y^2z - y^3$ ;

б)  $f(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$ ;

в)  $f(x, y) = x^4 + 6x^3y + 8x^2y^2 - 6xy^3 - 9y^4$ .

3. Докажите, что если  $x+y+z=0$ , то  $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ .

4. Докажите, что  $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geq 0$  при всех положительных значениях x и y.

Практическое занятие №2

Тема

Симметрические многочлены.

Цель: рассмотреть определение симметрического многочлена, свойства, применение основной теоремы теории симметрических многочленов к решению задач, рассмотреть основные методы уничтожения иррациональности в знаменателе дроби.

Типы заданий:

1. Выразите через элементарные симметрические многочлены:

а)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1x_2 + x_3)(x_1x_3 + x_2)(x_2x_3 + x_1)$ ;

б)  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2)(x_1^2 + x_1x_3 + x_3^2)(x_2^2 + x_2x_3 + x_3^2)$ .

2. Найдите значение симметрического многочлена  $f(x_1, x_2, x_3)$  от корней многочлена  $\varphi(x)$ :

а)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3$ ,  $\varphi(x) = 2x^3 + x - 10$ ;

б)  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2$ ,  
 $\varphi(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 7$ .

3. Избавьтесь от алгебраической рациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{\sqrt[3]{3+7}}{\sqrt[3]{9-2\sqrt[3]{3}}-2}$$

Практическое занятие №3

Тема Многочлены над полем комплексных чисел. Многочлены над полем действительных чисел.

Цель: рассмотреть основные понятия, теоремы о количестве корней над числовым полем.

Типы заданий:

1. Докажите, что многочлен  $f(x)$  делится на многочлен  $g(x)$  тогда и только тогда, когда все комплексные корни многочлена  $g(x)$  являются корнями многочлена  $f(x)$ .

2. Докажите, что при любых натуральных  $l, k, m$  многочлен  $f(x) = x^{3l} + x^{3k+1} + x^{3m+2}$  делится на многочлен  $g(x) = x^2 + x + 1$ .

3. Разложите многочлен на множители над полем комплексных чисел:

а)  $f(x) = x^4 + 16$ ; б)  $f(x) = x^4 + 4i$ ; в)  $f(x) = x^2 + (1+i)x + i$ .

4. Разложите многочлены на неприводимые множители над полем действительных чисел:

а)  $f(x) = x^2 + 2x + 3$ ;

б)  $f(x) = x^3 + x + 2$ ;

в)  $f(x) = x^4 + 16$ ;

г)  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 8x - 1$ ;

д)  $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x - 3$ .

5. Найдите многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами и старшим коэффициентом, равным 1, если он имеет двойной корень 1, простые корни 2 и  $1+i$ .

Практическое занятие №4

Тема

Решение уравнений третьей степени.

Цель: рассмотреть решение уравнений третьей степени, случаи решения в зависимости от дискриминанта.

Типы заданий:

Решите уравнения:

а)  $3x^3 - 8x + 8 = 0$ ;

б)  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ ;

в)  $x^3 - 3x^2 - 3x + 11 = 0$

Практическое занятие №5

Тема Вычисление целых и рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами. Разложение многочлена на неприводимые множители над полем рациональных чисел.

Цель: рассмотреть основные теоремы, позволяющие найти рациональные корни многочлена.

Типы заданий:

1. Найдите рациональные корни многочленов:

а)  $f(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 - x - 14$ ;

б)  $f(x) = 8x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 2x + 1$ ;

в)  $f(x) = 10x^4 - 13x^3 + 15x^2 - 18x - 24$ ;

г)  $f(x) = 6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$ ;

д)  $f(x) = 24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6$ .

2. Пользуясь критерием Эйзенштейна, докажите неприводимость многочленов над полем рациональных чисел:

а)  $f(x) = 3x^4 - 15x^3 + 10x^2 - 20x + 35$ ; б)  $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x - 12$ .

Практическое занятие №6

Отчет по индивидуальному заданию

Цель: проверить знания по теме «Многочлены от нескольких переменных»

Типы заданий: список вопросов представлен ниже.

Теоретические вопросы

1. Многочлен от  $n$  переменных. Подобные одночлены. Равные многочлены.

2. Стандартный вид многочлена. Степень многочлена по совокупности переменных.
3. Лексико-графическое расположение многочлена.
4. Высший член многочлена. Теорема о высшем члене многочлена.
5. Симметрический многочлен.
6. Теорема о высшем члене симметрического многочлена.
7. Элементарные симметрические многочлены.
8. Основная теорема теории симметрических многочленов.
9. Теорема Гаусса и следствия из нее.
10. Многочлен над полем действительных чисел (теорема, следствия).
11. Многочлен над полем рациональных чисел (теоремы).
12. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.
13. Критерий Эйзенштейна

Примерный вариант индивидуального задания

1. Выразите через элементарные симметрические многочлены:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 x_2 + x_3)(x_1 x_3 + x_2)(x_2 x_3 + x_1)$$

2. Избавьтесь от алгебраической рациональности в знаменателе дроби:

$$\frac{\sqrt[3]{3} + 7}{\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} - 2}$$

3. Найдите рациональные корни многочлена  $f(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 - x - 14$ .

Решите уравнение  $x^3 - 3x^2 - 3x + 11 = 0$ .

Раздел 7 Группы

Лекция №1

Тема Группы.

План

1. Определение группы. Примеры.

2. Простейшие свойства групп.

3. Изоморфные группы. Примеры

Лекция №2

Тема Подгруппы.

План

1. Подгруппы. Примеры.

2. Критерий подгруппы.

3. Порядок элемента группы. Примеры.

4. Свойства порядка элемента группы.

5. Циклические группы. Примеры.

Лекция №3

Тема Смежные классы

План

1. Смежные классы. Свойства смежных классов.

2. Разложение группы по подгруппе. Примеры.

3. Теорема Лагранжа.

4. Нормальный делитель группы. Определение. Примеры.

5. Фактор-группа. Примеры

Практическое занятие №1

Тема Группы. Подгруппы.

Цель: рассмотреть понятие группы, подгруппы.

Типы задач:

- Выяснить, образует ли группу относительно сложения множество матриц вида  $\begin{pmatrix} a & b \\ b & b \end{pmatrix}$ , где  $a, b \in R$ .

- Выяснить, образует ли группу относительно сложения множество чисел вида  $a + b\sqrt[3]{7}$ , где  $a, b \in Q$ .

Практическое занятие №2

Тема Смежные классы. Нормальные делители и фактор-группы.

Цель: рассмотреть понятие смежного класса, разложения группы по подгруппе, понятие нормального делителя, фактор-группы.

Типы задач:

- Найдите фактор-группу аддитивной группы четных целых чисел по подгруппе чисел, кратных 8. Составьте таблицу сложения классов. Укажите нулевой и противоположные элементы.

- Являются ли нормальными делителями симметрической группы 3-й степени подгруппы  $(\{P_0, P_3\}, \cdot)$  и  $(\{P_0, P_2, P_4\}, \cdot)$ ?

Практическое занятие №3

Тема Порядок элемента группы. Циклические группы.

Цель: рассмотреть понятие порядка элемента группы, свойства циклических групп.

Типы задач:

- Найдите порядок элементов  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  в мультипликативной

группе невырожденных квадратных матриц 2-го порядка с действительными элементами.

- Докажите, что группа  $(\mathbb{Z}_9, +)$  является циклической. Найдите все ее образующие элементы.

Практическое занятие №4

Изоморфизм групп. Выдача индивидуальной работы по разделу

Цель: рассмотреть понятие изоморфизма групп

Типы задач:

- Докажите, что изоморфны группы  $(\mathbb{Z}, +)$  и  $(5\mathbb{Z}, +)$ .

- Докажите, что изоморфны группы  $(\mathbb{Z}, +)$  и  $(G, \cdot)$ , где  $G = \{x \mid x = 3^t, t \in \mathbb{Z}\}$ .

Практическое занятие №5

Коллоквиум «Группы».

Цель Проверить теоретические знания по разделу

Примерные теоретические вопросы

1. Алгебра
2. Группа
3. Порядок группы
4. Подгруппа
5. Критерий подгруппы
6. Теорема Лагранжа
7. Смежные классы. Свойства.
8. Нормальный делитель группы
9. Фактор-группы
10. Порядок элемента группы
11. Циклические группы, теоремы.
12. Изоморфизм групп.

Практическое занятие №6

Отчет по индивидуальному заданию по разделу «Группы»

Цель проверить умения решать типовые задачи раздела «Группы»

Примерный вариант индивидуального задания

1. Определение группы. Простейшие свойства групп.

2. Выясните, образует ли мультипликативную группу множество матриц второго порядка вида  $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ , где  $a, b$  –

действительные, отличные от 0 числа.

3. Является ли подгруппа квадратных матриц второго порядка с действительными элементами с определителем, равным единице, нормальным делителем мультипликативной группы невырожденных квадратных матриц второго порядка с действительными элементами?

4. Построить фактор-группу аддитивной группы целых чисел по подгруппе чисел, кратных 5. Составить таблицу сложения классов.

5. Показать, что мультипликативная группа корней шестой степени из 1 является циклической, найти все образующие элементы этой группы.

Раздел 8 Кольца. Поля

Лекция №1

Тема Кольцо

План

1. Определение кольца. Примеры.
2. Простейшие свойства колец.
3. Подкольцо. Примеры. Критерий подкольца

Лекция №2

Тема Идеалы колец

План

1. Идеалы колец. Определение. Примеры.

2. Главный идеал кольца. Примеры.

3. Действия над идеалами.

3. Сравнения по идеалу. Примеры. Критерий сравнимости.

4. Свойства сравнений по идеалу

Лекция №3

Тема Фактор-кольцо

План

1. Фактор-кольцо. Примеры.

2. Кольцо классов вычетов по модулю  $m$ . Делители нуля. Примеры.

3. Определение области целостности. Примеры.

4. Определение поля, примеры полей

Лекция №4

Тема Делимость элементов в кольце

План

1. Делимость элементов в кольце. Простейшие свойства делимости в кольце.

2. Обратимые элементы в кольце. Примеры. Свойства обратимых элементов.

3. Ассоциированные элементы: примеры, свойства.

Лекция №5

Тема Простые и составные элементы области целостности

План

1. Простые и составные элементы области целостности. Примеры.

2. Определение однозначности разложения элементов кольца на простые множители

Практическое занятие №1

Тема Кольца. Подкольца. Поля.

Цель: рассмотреть понятие кольца, подкольца, поля.

Типы задач:

- Выясните, является ли кольцом множество чисел вида  $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}$  с рациональными  $a, b, c$ .

- Является ли кольцо  $\langle \mathbb{Z}_7, +, \cdot \rangle$  полем?

- Выяснить, является ли кольцом множество чисел вида  $a + b\sqrt{2}$ , где  $a, b \in \mathbb{Q}$  относительно сложения и умножения.

Практическое занятие №2

Тема Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Фактор-кольцо.

Цель: рассмотреть понятие идеала кольца, операции над идеалами.

Типы задач:

- Постройте фактор-кольцо кольца  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  по идеалу  $J = (6)$ . Составьте таблицы сложения и умножения классов.

Укажите нулевой и единичный, противоположные и обратные элементы, если такие существуют. Является ли это кольцо полем?

- Найдите сумму идеалов  $(3)$  и  $(6)$  в кольце  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ .

Практическое занятие №3

тема Область целостности. Делители нуля. Простейшие свойства делимости в коммутативном кольце.

Цель: рассмотреть понятие области целостности, делителя нуля, свойства делимости.

Типы задач:

- Какие из многочленов  $x^3 - 8$ ,  $x^3 + 8$ ,  $x^2 - 4$ ,  $x^2 + 4$ ,  $4x^2 + 5x + 6$ ,  $2x + 4$  принадлежат идеалу  $(x + 2)$  кольца  $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$ ?

- Выяснить, есть ли делители нуля в фактор-кольце кольца  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  по идеалу  $J = (5)$ .

Практическое занятие №4

Тема Обратимые и ассоциированные элементы

Цель: рассмотреть понятие обратимых, ассоциированных элементов

Типы задач:

- Являются ли элементы  $3 + \sqrt{3}$  и  $9 + 5\sqrt{3}$  кольца  $(\mathbb{Z}[\sqrt{3}], +, \cdot)$  ассоциированными, обратимыми?

Практическое занятие №5

Тема Простые и составные элементы области целостности.

Цель: рассмотреть понятие простых и составных элементов.

Типы задач:

- Покажите, что в кольце  $(\mathbb{Z}[\sqrt{-3}], +, \cdot)$  число 4 разлагается в произведение неприводимых множителей двумя существенно различными способами.

- Какие из чисел составные в кольце  $(\mathbb{Z}[i], +, \cdot)$ :  $i$ ,  $-i$ ,  $3 + i$ ,  $1 - 3i$ ?

Практическое занятие №6

Контрольная работа по разделу 8

Цель: проверить умения решать типовые задачи по разделу

- Примерные варианты контрольной работы
1. Определение поля. Простейшие свойства полей.
  2. Выяснить, является ли кольцо множество чисел вида  $a + b\sqrt{2} + c\sqrt{3}$  с рациональными  $a, b, c$ .
  3. Постройте фактор-кольцо кольца целых чисел по главному идеалу, порожденному числом 7. Установите, является ли это кольцо полем.
  4. Найдите идеал  $(x) + (10)$  в кольцах  $\langle \mathbb{Z}[x], +, \cdot \rangle$ ,  $\langle \mathbb{Q}[x], +, \cdot \rangle$ .

## 5.2. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

### Содержание обязательной самостоятельной работы по дисциплине

| № п/п | Темы дисциплины   | Содержание самостоятельной работы студентов                       | Продукты деятельности              |
|-------|---|---|------------------------------------|
| 1     | Теория матриц<br>Определители<br>Системы линейных уравнений<br>Обратная матрица<br>Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство<br>Комплексные числа | Выполнение домашнего задания                                      | Выполненное домашнее задание       |
| 2     | Теория матриц<br>Определители<br>Системы линейных уравнений<br>Обратная матрица<br>Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство<br>Комплексные числа | Работа с конспектом лекции  | Опорный конспект лекции            |
| 3     | Теория матриц<br>Определители<br>Системы линейных уравнений<br>Обратная матрица<br>Арифметическое $n$ -мерное векторное пространство<br>Комплексные числа | Составление ментальной карты по модулю                            | Ментальная карта                   |
| 4     | Комплексные числа   | Выполнение индивидуального задания (домашнее контрольное задание) | Выполненное индивидуальное задание |
| 5     | Линейные (векторные) пространства<br>Линейные операторы (преобразования) векторного пространства  | Выполнение домашнего задания                                      | Выполненное домашнее задание       |
| 6     | Линейные (векторные) пространства<br>Линейные операторы (преобразования) векторного пространства  | Составление ментальной карты по модулю                            | Ментальная карта                   |
| 7     | Линейные операторы.   | Выполнение индивидуального задания (домашнее контрольное задание) | Выполненное индивидуальное задание |
| 8     | Линейные операторы.   | Составление ментальной карты по модулю                            | Ментальная карта                   |
| 9     | Многочлены от одной переменной<br>Многочлены от нескольких переменных<br>Многочлены над числовыми полями  | Выполнение домашнего задания                                      | Выполненное домашнее задание       |
| 10    | Многочлены от одной переменной<br>Многочлены от нескольких переменных<br>Многочлены над числовыми полями  | Работа с конспектом лекции  | Опорный конспект лекции            |
| 11    | Многочлены. Многочлены над числовыми полями.  | Выполнение индивидуального задания (домашнее контрольное задание) | Выполненное индивидуальное задание |

|    |   |  |                                       |
|----|---|--|---------------------------------------|
| 12 | Группы<br>Кольца. Поля<br>Теория делимости в<br>произвольном кольце | Выполнение домашнего задания   | Выполненное домашнее задание          |
| 13 | Группы<br>Кольца. Поля<br>Теория делимости в<br>произвольном кольце | Работа с конспектом лекции   | Опорный конспект лекции               |
| 14 | Алгебраические структуры.   | Выполнение индивидуального задания<br>(домашнее контрольное задание) | Выполненное индивидуальное<br>задание |

| № п/п | Темы дисциплины   | Содержание самостоятельной<br>работы студентов                               | Продукты деятельности                              |
|-------|---|--|--|
| 1     | Системы линейных уравнений.   | Составление задачи по заданным<br>критериям                                  | Составленная задача                                |
| 2     | Теория матриц<br>Определители<br>Системы линейных уравнений<br>Обратная матрица<br>Арифметическое $n$ -мерное<br>векторное пространство | Решение дополнительных задач   | Правильное решение задачи с<br>полным обоснованием |
| 3     | Комплексные числа.  | Подготовка и выступление с докладом<br>на семинаре (на практическом занятии) | Тезисы доклада, презентация                        |
| 4     | Линейные (векторные)<br>пространства<br>Линейные операторы<br>(преобразования) векторного<br>пространства                               | Решение дополнительных задач   | Правильное решение задачи с<br>полным обоснованием |
| 5     | Многочлены от одной<br>переменной<br>Многочлены от нескольких<br>переменных<br>Многочлены над числовыми<br>полями                       | Решение дополнительных задач   | Правильное решение задачи с<br>полным обоснованием |
| 6     | Группы<br>Кольца. Поля<br>Теория делимости в<br>произвольном кольце   | Решение дополнительных задач   | Правильное решение задачи с<br>полным обоснованием |

### 5.3. Образовательные технологии

При организации изучения дисциплины будут использованы следующие образовательные технологии: информационно-коммуникационные технологии, технология организации самостоятельной работы, технология рефлексивного обучения, технология модульного обучения, технология игрового обучения, технологии групповой дискуссии, интерактивные технологии, технология проблемного обучения, технология организации учебно-исследовательской деятельности, технология проектного обучения, технология развития критического мышления.

### 5.4. Текущий контроль, промежуточный контроль и промежуточная аттестация

Балльно-рейтинговая карта дисциплины оформлена как приложение к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине оформлен отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

|      | Авторы, составители            | Заглавие, ссылка на электронную библиотечную систему                               | Издательство, год   |
|------|--------------------------------|--|---|
| Л1.1 | Курош А.Г                      | Курс высшей алгебры <a href="http://irbis.pgsga.ru">http://irbis.pgsga.ru</a>      | СПб.: Лань, 2007.   |
| Л1.2 | Фадеев Д.К.,<br>Соминский И.С. | Задачи по высшей алгебре <a href="http://irbis.pgsga.ru">http://irbis.pgsga.ru</a> | 14-е изд. Сборник задач по<br>высшей алгебре. – М.:<br>Лань-пресс, 2007 |

#### 6.1.2. Дополнительная литература

|      | Авторы, составители | Заглавие, ссылка на электронную библиотечную систему  | Издательство, год                                   |
|------|---------------------|---|---|
| Л2.1 | Винберг Э.Б.        | Курс алгебры<br><a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63299">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=63299</a> | М. : МЦНМО, 2011. - 591 с.<br>[Электронный ресурс]. |

|      |                               |  |  |
|------|-------------------------------|--|--|
| Л2.2 | В. А. Ильин,<br>Э. Г. Поздняк | Линейная алгебра <a href="http://irbis.pgsa.ru">http://irbis.pgsa.ru</a> | учеб. / В. А. Ильин, Э. Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010 |
|------|-------------------------------|--|--|

### 6.2 Перечень программного обеспечения

|  |
|--|
| - Acrobat Reader DC  |
| - Dr.Web Desktop Security Suite, Dr.Web Server Security Suite  |
| - GIMP   |
| - Microsoft Office 2016 Professional Plus (Пакет программ Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher)  |
| - Microsoft Office 365 Pro Plus - subscription license (12 month) (Пакет программ Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher, Skype for Business, OneDrive, SharePoint Online) |
| - Microsoft Windows 10 Education   |
| - Microsoft Windows 7/8.1 Professional   |
| - XnView   |
| - Архиватор 7-Zip  |
| - Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат.ВУЗ»  |

### 6.3 Перечень информационных справочных систем

|   |
|---|
| - Информационно-образовательная программа «Росметод»  |
| - СПС «ГАРАНТ-Аналитик»   |
| - СПС «Консультант-Плюс»  |
| - Elsevier (база данных «Freedom Collection» и коллекции электронных книг «Freedom Collection eBook collection»), |
| - SCOPUS издательства Elsevier  |
| - SpringerNature (национальная подписка на полнотекстовые ресурсы)  |
| - База данных международных индексов научного цитирования Web of Science  |
| - БД «Polpred.com. Обзор СМИ»   |
| - УИС РОССИЯ  |
| - ЭБС «E-LIBRARY.RU»  |
| - ЭБС «РУКОНТ» (Контекстум)   |
| - ЭБС «Университетская библиотека онлайн»   |
| - ЭБС «ЮРАЙТ» (Коллекция Легендарные книги)   |
| - ЭБС «IPRbooks»  |

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

|     |   |
|-----|---|
| 7.1 | Наименование специального помещения: помещение для самостоятельной работы, Читальный зал. Оснащенность: ПК-4шт., Принтер-1шт., Телефон-1шт., Письменный стол-4 шт., Парта-2 шт.   |
| 7.2 | Наименование специального помещения: учебная аудитория для проведения лекционных занятий, практических занятий, групповых консультаций, индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, Учебная аудитория. Оснащенность: Меловая доска-1шт., Комплект учебной мебели, ноутбук, проекционное оборудование (мультимедийный проектор и экран). |

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

|  |
|--|
| <p>Работа над теоретическим материалом происходит кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю.</p> <p>Проработка рабочей программы дисциплины, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с информационными источниками в разных форматах.</p> <p>Также в процессе изучения дисциплины методические рекомендации могут быть изданы отдельным документом.</p> |
|--|

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
 Направленность (профиль): «Математика и Физика»  
 Рабочая программа дисциплины «Алгебра»  
 Балльно-рейтинговая карта дисциплины «Алгебра»

Курс 1 Семестр 1

| Вид контроля                         |  | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|--------------------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|
| Модуль 1. Системы линейных уравнений |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:          |  |                               |                                |
| 1                                    | Аудиторная работа  | 0                             | 8                              |
| 2                                    | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 16                             |
| 3                                    | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 8                              |
| Контрольное мероприятие по модулю    |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль               |  | 28                            | 60                             |
| Модуль 2. Комплексные числа          |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:          |  |                               |                                |
| 1                                    | Аудиторная работа  | 0                             | 4                              |
| 2                                    | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 4                              |
| 3                                    | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 4                              |
| Контрольное мероприятие по модулю    |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль               |  | 28                            | 40                             |
| Промежуточная аттестация             |  | 56                            | 100                            |

| Вид контроля                         | Примеры заданий<br>Критерии оценки<br>Кол-во баллов  | Тема для изучения<br>Образовательные<br>результаты  |
|--------------------------------------|--|---|
| Модуль 1. Системы линейных уравнений |  |   |
| Текущий контроль по модулю           |  |   |
| 1.                                   | Аудиторная работа  |   |
|                                      | - Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам<br>- опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение  |
|                                      |  | Занятие 1-8.<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.) теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
|    | <p>Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях</p>     | <p>См. список теоретических вопросов (1-33 модуль 1)<br/>                 Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br/>                 0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br/>                 1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы</p>   | <p>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                                   |
| 2. | <p>Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)</p>      |   |   |
|    | <p>Выполнение домашней работы</p>                                   | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br/>                 1- все задание домашней работы выполнены правильно</p>  | <p>Занятие 1-8.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| 3. | <p>Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)</p> |   |   |
|    | <p>Составление задачи по заданным критериям</p>                     | <p>Пример задания. Придумайте систему линейных уравнений, удовлетворяющую условиям:<br/>                 1) количество неизвестных не менее 5;<br/>                 2) система имеет бесчисленное множество решений;<br/>                 3) свободных неизвестных не менее двух.<br/>                 Критерии оценки: 1 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать<br/>                 2 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, умеет оценить решение другого студента, умеет объяснить решение</p> | <p>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.) теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                                    |
|    | <p>Решение дополнительных задач</p>                                 | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое</p>   | <p>Занятие 1-8.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение,</p>   |

|  |  |   |   |
|--|--|---|---|
|  |  | <p>обоснование решения,<br/>                 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владеет теоретическим материалом</p>  | <p>неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |
|  | <p>Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме</p> | <p>См. схему работы с лекцией<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br/>                 1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.</p> | <p>Лекция 1-6<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                 |
| <p>Контрольное мероприятие по модулю</p> |  |   |   |
|  | <p>Контрольная работа</p>  | <p>Пример работы приведен ниже<br/>                 Каждая из 4 задач оценивается в 4 балла:<br/>                 Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br/>                 Количество баллов: 0-16</p>  | <p>Системы линейных уравнений<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
|  | <p>Коллоквиум</p>  | <p>Примерные задания для коллоквиума приведены ниже<br/>                 Каждое задание оценивается в 3 балла (2 балла за решение задачи и 0,5-1 за теоретический ответ по задаче)</p>  | <p>Арифметическое n-мерное векторное пространство<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция,</p>   |

|                                     |   |   |
|-------------------------------------|---|---|
|                                     | <p>Критерии оценки теоретического ответа: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br/>                 0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br/>                 1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-9</p> | <p>многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |
| Составление ментальной карты модуля | <p>Составить ментальную карту модуля<br/>                 Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-3</p>   | <p>Системы линейных уравнений<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Промежуточный контроль              |   |   |

| Вид контроля                | Примеры заданий<br>Критерии оценки, кол-во баллов  | Тема для изучения<br>Образовательные результаты   |
|-----------------------------|--|---|
| Модуль 2. Комплексные числа |  |   |
| Текущий контроль по модулю  |  |   |
| 1.                          | <p>Аудиторная работа</p> <p>- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам<br/>                 - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач</p> | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br/>                 1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br/>                 1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения</p> |
|                             |  | <p>Занятие 10-13.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений,</p>   |

|    |  |   |  |
|----|--|---|--|
|    |  | задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение   | векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения   |
|    | Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях     | См. список теоретических вопросов (1-5 модуль 2)<br>Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br>0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br>1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы | Комплексные числа<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| 2. | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      |   |  |
|    | Выполнение домашней работы                                   | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br>1- все задание домашней работы выполнены правильно   | Занятие 10-13.<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения    |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) |   |  |
|    | Решение дополнительных задач                                 | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br>1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владеет теоретическим материалом  | Занятие 10-13.<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений,   |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
|   |  |  | векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | См. схему работы с лекцией<br>Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br>1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников. | Лекция 7-8<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения        |  |
| Составление ментальной карты модуля                           | Составить ментальную карту модуля<br>Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br>Количество баллов 0-5   | Комплексные числа<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |  |
| <b>Контрольное мероприятие по модулю</b>                      |  |  |  |
| Индивидуальная работа   | Пример работы приведен в [12]<br>Каждая из 6 задач оценивается в 3 балла:<br>Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br>Количество баллов: 0-18  | Комплексные числа<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;  |  |

|                                     |  |  |
|-------------------------------------|--|--|
|                                     |  | <p>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |
| Коллоквиум                          | <p>Теоретический опрос<br/>                 Критерии оценки теоретического ответа: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br/>                 0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br/>                 1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br/>                 Количество баллов: 0-7.</p> | <p>Комплексные числа<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Составление ментальной карты модуля | <p>Составить ментальную карту модуля<br/>                 Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-3</p>  | <p>Комплексные числа<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения линейной алгебры; базовые математические модели (матрицы, уравнения, системы линейных уравнений, векторы); теории комплексных чисел;<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Промежуточный контроль              |  |  |

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
 Направленность (профиль): «Математика и Физика»  
 Рабочая программа дисциплины «Алгебра»

| Вид контроля   |  | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|--|--|-------------------------------|--------------------------------|
| Модуль 1. Линейные (векторные) пространства          |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:                          |  |                               |                                |
| 1  | Аудиторная работа  | 0                             | 2                              |
| 2  | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 10                             |
| 3  | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 10                             |
| Контрольное мероприятие по модулю                    |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль                               |  | 28                            | 50                             |
| Модуль 2. Линейные операторы векторного пространства |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:                          |  |                               |                                |
| 1  | Аудиторная работа  | 0                             | 2                              |
| 2  | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 10                             |
| 3  | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 10                             |
| Контрольное мероприятие по модулю                    |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль                               |  | 28                            | 50                             |
| Промежуточная аттестация                             |  | 56                            | 100                            |

Курс 1 Семестр 2

| Вид контроля                                | Примеры заданий<br>Критерии оценки<br>Кол-во баллов   | Тема для изучения<br>Образовательные<br>результаты  |  |
|---|---|---|--|
| Модуль 1. Линейные (векторные) пространства |   |   |  |
| Текущий контроль по модулю                  |   |   |  |
| 1.  | <p>Аудиторная работа</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам</li> <li>- опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач</li> </ul> | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                     Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br/>                     1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br/>                     1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение</p> | <p>Занятие 1-8.<br/>                     знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                     - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                     - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                      |
|   | <p>Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях</p>   | <p>См. список теоретических вопросов (1-30)<br/>                     Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br/>                     0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br/>                     1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы</p>  | <p>Линейные (векторные) пространства<br/>                     знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                     - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                     - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| 2.  | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)   |   |  |

|    |  |  |  |
|----|--|--|--|
|    | Выполнение домашней работы                                   | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br/>                 1- все задание домашней работы выполнены правильно</p>   | <p>Занятие 1-8<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br/>                 умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) |  |  |
|    | Решение дополнительных задач                                 | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br/>                 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом</p>   | <p>Занятие 1-8<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br/>                 умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения.</p> |
|    | Составление задачи по заданным критериям                     | <p>Примеры заданий: придумайте систему линейных уравнений, удовлетворяющую условиям:<br/>                 1) количество неизвестных не менее 5;<br/>                 2) система имеет бесчисленное множество решений;<br/>                 3) свободных неизвестных не менее двух.<br/>                 Критерии оценки: 1 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать<br/>                 2 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, умеет оценить решение</p> | <p>Линейное многообразие решений системы линейных уравнений<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);</p>  |

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
|   |  | другого студента, умеет объяснить решение | умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения  |
| Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | См. схему работы с лекцией<br>Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br>1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников. |   | Лекция 1-5<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения                        |
| Контрольное мероприятие по модулю                             |  |   |  |
| Аудиторная контрольная работа                                 | Пример работы приведен ниже<br>Каждая задача оценивается в 5 баллов:<br>Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br>Количество баллов: 0-15   |   | Линейные (векторные) пространства<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |

|                                     |  |   |
|-------------------------------------|--|---|
| Теоретический опрос                 | <p>Теоретический опрос<br/>                 Критерии оценки: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br/>                 0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br/>                 1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-7</p> | <p>Линейные (векторные) пространства знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Составление ментальной карты модуля | <p>0-6 баллов<br/>                 Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы</p>  | <p>Линейные (векторные) пространства знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Промежуточный контроль              |  |   |

| Вид контроля   | Примеры заданий<br>Критерии оценки<br>Кол-во баллов | Тема для изучения<br>Образовательные<br>результаты |
|--|---|--|
| Модуль 1. Линейные операторы векторного пространства |   |  |
| Текущий контроль по модулю                           |   |  |
| 1.   | Аудиторная работа                                   |  |

|   |   |  |
|---|---|--|
| <p>- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам<br/>                 - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач</p> | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br/>                 1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br/>                 1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение</p> | <p>Занятие 10-12.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br/>                 умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                             |
| <p>Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях</p>   | <p>См. список теоретических вопросов (31-45)<br/>                 Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br/>                 0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br/>                 1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы</p>   | <p>Линейные операторы векторного пространства<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br/>                 умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| <p>2.</p>   | <p>Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)</p>  |  |
| <p>Выполнение домашней работы</p>   | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br/>                 1- все задание домашней работы выполнены правильно</p>  | <p>Занятие 10-12.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства);<br/>                 умеет работать с основными алгебраическими</p>  |

|                                   |   |   |  |
|-----------------------------------|---|---|--|
|                                   |   |   | <p>моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей</li> <li>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</li> </ul>   |
| 3.                                | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)  |   |  |
|                                   | Решение дополнительных задач                                  | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br/>                 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом</p>  | <p>Занятие 10-12.<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей</li> <li>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</li> </ul> |
|                                   | Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | <p>См. схему работы с лекцией<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br/>                 1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.</p> | <p>Лекция 6-8<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей</li> <li>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</li> </ul>     |
| Контрольное мероприятие по модулю |   |   |  |

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p>Индивидуальная работа</p>               | <p>Пример работы приведен ниже<br/>                 Каждая задача оценивается в 5 баллов:<br/>                 Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br/>                 Количество баллов: 0-15</p>  | <p>Линейные операторы векторного пространства знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |
| <p>Коллоквиум</p>                          | <p>Теоретический опрос<br/>                 Критерии оценки: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br/>                 0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br/>                 1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-7</p> | <p>Линейные операторы векторного пространства знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения пространств (линейные знает: теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| <p>Составление ментальной карты модуля</p> | <p>0-6 баллов<br/>                 Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы</p>  | <p>Линейные операторы векторного пространства знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения пространств (линейные (векторные) пространства, линейные пространства со скалярным умножением, линейные операторы (преобразования) векторного пространства); умеет работать с основными алгебраическими</p>   |

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
 Направленность (профиль): «Математика и Физика»  
 Рабочая программа дисциплины «Алгебра»

|   |  |  |
|---|--|--|
|   |  | моделями; доказывать основные теоремы линейной алгебры,<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения линейной алгебры, теории комплексных чисел, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Промежуточный контроль по дисциплине – экзамен, включает в себя 2 теоретических вопроса (один по первому, второй по второму модулю) и 1 задачу. Перечень вопросов представлен в списке теоретических вопросов, примеры задач представлены в домашних работах, контрольной работе и индивидуальном задании.<br>Каждое задание оценивание от 0 до 5 баллов<br>Количество баллов за экзамен 0-15 |  |  |

Курс 2 Семестр 3

| Вид контроля  |  | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|---|--|-------------------------------|--------------------------------|
| Модуль 1. Многочлены от одной переменной  |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:   |  |                               |                                |
| 1   | Аудиторная работа  | 0                             | 4                              |
| 2   | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 12                             |
| 3   | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 10                             |
| Контрольное мероприятие по модулю   |  | 30                            | 30                             |
| Промежуточный контроль  |  | 30                            | 56                             |
| Модуль 2. Многочлены от нескольких переменных.<br>Многочлены над числовыми полями |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:   |  |                               |                                |
| 1   | Аудиторная работа  | 0                             | 2                              |
| 2   | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 10                             |
| 3   | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 6                              |
| Контрольное мероприятие по модулю   |  | 26                            | 26                             |
| Промежуточный контроль  |  | 26                            | 44                             |
| Промежуточная аттестация  |  | 56                            | 100                            |

Курс 2 Семестр 3

| Вид контроля                             | Примеры заданий<br>Критерии оценки<br>Кол-во баллов   | Тема для изучения<br>Образовательные<br>результаты  |  |
|--|---|---|--|
| Модуль 1. Многочлены от одной переменной |   |   |  |
| Текущий контроль по модулю               |   |   |  |
| 1.                                       | <p><b>Аудиторная работа</b></p> <p>- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам</p> <p>- опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач</p> | <p>Примеры заданий: [2]</p> <p>Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя</p> <p>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения</p> <p>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение</p> | <p>Занятие 1-6.</p> <p>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);</p> <p>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;</p> <p>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей</p> <p>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                   |
|  | <p>Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях</p>   | <p>См. список теоретических вопросов (1-25)</p> <p>Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа</p> <p>0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства</p> <p>1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы</p>  | <p>Многочлены от одной переменной</p> <p>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);</p> <p>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;</p> <p>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей</p> <p>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| 2.                                       | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)   |   |  |

|    |  |  |  |
|----|--|--|--|
|    | Выполнение домашней работы                                   | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br/>                 1- все задание домашней работы выполнены правильно</p>   | <p>Занятие 1-6<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.) теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>                     |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) |  |  |
|    | Составление задачи по заданным критериям                     | <p>Примеры заданий: придумайте многочлен, удовлетворяющий условиям:<br/>                 4) степень многочлена равна <math>n</math>;<br/>                 5) многочлен имеет <math>n</math> корней, среди которых кратные корни и т.п.<br/>                 Критерии оценки: 1 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать<br/>                 2 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, умеет оценить решение другого студента, умеет объяснить решение</p> | <p>Многочлены от одной переменной<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
|    | Решение дополнительных задач                                 | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br/>                 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом</p>   | <p>Занятие 1-6<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения алгебры</p>   |

|                                   |   |  |   |
|-----------------------------------|---|--|---|
|                                   |   |  | многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения.   |
|                                   | Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | См. схему работы с лекцией<br>Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br>1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников. | Лекция 1-5<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения                     |
| Контрольное мероприятие по модулю |   |  |   |
|                                   | Индивидуальная работа   | Пример работы приведен ниже<br>Каждая из 5 задач оценивается в 5 баллов:<br>Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br>Количество баллов: 0-25   | Многочлены от одной переменной<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
|                                   | Коллоквиум  | Ответ на теоретический вопрос по каждому заданию индивидуальной работы<br>Критерии оценки: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br>0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br>1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br>Количество баллов 0-5               | Многочлены от одной переменной<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br>- критически анализировать и выбирать информацию   |

|                        |  |   |
|------------------------|--|---|
|                        |  | в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Промежуточный контроль |  |   |

| Вид контроля   | Примеры заданий<br>Критерии оценки<br>Кол-во баллов  | Тема для изучения<br>Образовательные<br>результаты   |
|--|--|--|
| Модуль 2. Многочлены от нескольких переменных. Многочлены над числовыми полями   |  |  |
| Текущий контроль по модулю   |  |  |
| 1.   | Аудиторная работа  |  |
| - Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам<br>- опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки: 0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение<br>0,5-1<br>0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение | Занятие 8-12<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены над числовыми полями);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях   | См. список теоретических вопросов (26-38)<br>Критерии оценки: 0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br>0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br>1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы   | Многочлены от $n$ переменных. Многочлены над числовыми полями<br>знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br>умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей   |

|    |   |   |  |
|----|---|---|--|
|    |   |   | - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения   |
| 2. | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)       |   |  |
|    | Выполнение домашней работы                                    | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                     Критерии оценки: 0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br/>                     1- все задание домашней работы выполнены правильно</p>  | <p>Занятие 8-12<br/>                     знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                     умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                     - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                     - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)  |   |  |
|    | Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | <p>См. схему работы с лекцией<br/>                     Критерии оценки: 0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br/>                     1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.</p> | <p>Лекции 6-8.<br/>                     знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                     умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                     - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                     - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |

|                                   |                                       |  |  |
|-----------------------------------|---------------------------------------|--|--|
|                                   | Решение дополнительных задач          | <p>Примеры заданий: [2]<br/>                 Критерии оценки: 0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br/>                 1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владея теоретическим материалом</p>   | <p>Занятие 8-12<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>   |
| Контрольное мероприятие по модулю |                                       |  |  |
|                                   | Индивидуальная работа                 | <p>Пример работы приведен ниже<br/>                 Каждая из 4 задач оценивается в 5 баллов:<br/>                 Критерии оценки: задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br/>                 Количество баллов: 0-20.</p>   | <p>Многочлены от <math>n</math> переменных. Многочлены над числовыми полями<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры многочленов;<br/>                 - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>                 - применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| 1.<br>2.                          | Коллоквиум<br>Ментальная карта модуля | <p>Ответ на теоретический вопрос по каждому заданию индивидуальной работы<br/>                 Критерии оценки: каждый вопрос оценивается 0,5- 1<br/>                 0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br/>                 1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br/>                 Количество баллов 0-4<br/>                 Составить ментальную карту модуля</p> | <p>Многочлены от <math>n</math> переменных. Многочлены над числовыми полями<br/>                 знает: базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебры многочленов (многочлены от одной переменной, многочлены от нескольких переменных, многочлены над числовыми полями);<br/>                 умеет: работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебры</p>  |

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль): «Математика и Физика»

Рабочая программа дисциплины «Алгебра»

|                        |   |   |
|------------------------|---|---|
|                        | <p>Критерии оценки: в карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br/>Количество баллов 0-2</p> | <p>многочленов;<br/>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей<br/>- применять теоретические положения алгебры многочленов, к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |
| Промежуточный контроль |   |   |

Курс 2 Семестр 4

| Вид контроля                      |  | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|-----------------------------------|--|-------------------------------|--------------------------------|
| Модуль 1. Группы                  |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:       |  |                               |                                |
| 1                                 | Аудиторная работа  | 0                             | 4                              |
| 2                                 | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 4                              |
| 3                                 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 14                             |
| Контрольное мероприятие по модулю |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль            |  | 28                            | 50                             |
| Модуль 2. Кольца. Поля            |  |                               |                                |
| Текущий контроль по модулю:       |  |                               |                                |
| 1                                 | Аудиторная работа  | 0                             | 4                              |
| 2                                 | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)      | 0                             | 4                              |
| 3                                 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента) | 0                             | 14                             |
| Контрольное мероприятие по модулю |  | 28                            | 28                             |
| Промежуточный контроль            |  | 28                            | 50                             |
| Промежуточная аттестация          |  | 56                            | 100                            |

Курс 2 Семестр 4

| Вид контроля   | Примеры заданий, критерии оценки, кол-во баллов   | Тема для изучения,<br>Образовательные результаты   |
|--|---|--|
| Модуль 1. Группы   |   |  |
| Текущий контроль по модулю   |   |  |
| 1.   | <b>Аудиторная работа</b>  |  |
| - Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам<br>- опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки<br>0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение<br>Количество баллов 0,5-1,5 | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях   | См. список теоретических вопросов (1-12)<br>Критерии оценки<br>0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br>0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br>1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы<br>Количество баллов 0-1  | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| 2.   | <b>Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)</b>  |  |
| Выполнение домашней работы   | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки<br>0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки<br>1- все задание домашней работы выполнены правильно<br>Количество баллов 0,5-1  | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;  |

|    |   |   |   |
|----|---|---|---|
|    |   |   | применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения   |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)  |   |   |
|    | Составление задачи по заданным критериям                      | Придумать множество, которое является группой (аддитивной, мультипликативной, абелевой), подгруппой.<br>Критерии оценки<br>1 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать<br>2 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, умеет оценить решение другого студента, умеет объяснить решение<br>Количество баллов 1-2                                 | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
|    | Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | См. схему работы с лекцией 0,5-1<br>Критерии оценки<br>0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br>1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.<br>Количество баллов 0,5-1 | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
|    | Решение дополнительных задач                                  | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки<br>0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br>1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владеет теоретическим материалом  | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями;  |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  | Количество баллов 0,5-1  | доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения   |
| <b>Контрольное мероприятие по модулю</b> |  |  |
| Индивидуальная работа                    | Пример работы приведен ниже<br>Критерии оценки<br>Каждая задача оценивается в 3 балла:<br>задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br>Количество баллов 0-15                                 | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения    |
| Ментальная карта модуля                  | Составить ментальную карту модуля<br>Критерии оценки<br>В карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br>Количество баллов 0-5   | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Коллоквиум «Группы»                      | См. список теоретических вопросов (1-12)<br>Критерии оценки<br>0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br>1 - студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br>Количество баллов 0-8 | Группы<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в  |

|                        |  |   |
|------------------------|--|---|
|                        |  | соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Промежуточный контроль |  |   |

|              |   |   |
|--------------|---|---|
| Вид контроля | Примеры заданий, критерии оценки, кол-во баллов | Тема для изучения, образовательные результаты |
|--------------|---|---|

Модуль 2. Кольца. Поля

Текущий контроль по модулю

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1. | Аудиторная работа   |   |
|    | <p>- Решение типовых задач, предложенных преподавателем, по рассматриваемой теме у доски по известным (изучаемым) алгоритмам - опережающее решение задач с места, решение дополнительных задач</p>  | <p>Примеры заданий: [2]<br/>Критерии оценки<br/>0,5 – студент знает теорию, студент решает задачу по наводящим вопросам преподавателя<br/>1 – студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения<br/>1,5 - студент знает теорию, студент знает алгоритмы решения задачи, самостоятельно решает, объясняя каждый этап решения, предлагает свое (оригинальное) решение<br/>Количество баллов 0,5-1,5</p> |
|    | <p>Кольца. Поля<br/>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br/>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br/>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p>  |   |
|    | <p>Ответы на теоретические вопросы на практических занятиях</p>   | <p>См. список теоретических вопросов (13-26)<br/>Критерии оценки<br/>0 баллов – теоретический материал не освоен или за отказ от устного ответа<br/>0,5 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства<br/>1 - студент знает определения рассматриваемых понятий и их свойства, умеет доказывать свойства, умеет доказывать основные теоремы<br/>Количество баллов 0-1</p>   |
|    | <p>Кольца. Поля.<br/>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце); умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br/>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br/>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения</p> |   |
| 2. | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы)   |   |
|    | <p>Выполнение домашней работы</p>   | <p>Примеры заданий: [2]<br/>Критерии оценки<br/>0,5 – все задания домашней работы выполнены, имеются арифметические ошибки</p>  |
|    | <p>Кольца. Поля<br/>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения</p>  |   |

|    |   |   |  |
|----|---|---|--|
|    |   | 1- все задание домашней работы выполнены правильно<br>Количество баллов 0,5-1   | алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения   |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор студента)  |   |  |
|    | Составление задачи по заданным критериям                      | Придумать множество, которое является кольцом, подкольцом, полем.<br>Критерии оценки<br>1 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать<br>2 - студент придумал задачу по заданным критериям (характеристикам), умеет ее решать, умеет оценить решение другого студента, умеет объяснить решение<br>Количество баллов 1-2  | Кольца. Поля<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения  |
|    | Ведение конспекта лекций и работа с ним по предложенной схеме | См. схему работы с лекцией<br>Критерии оценки<br>0,5 – конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован<br>1 - конспект лекции соответствует теме и отражает основные положения, сообщенные лектором, написан разборчиво, структурирован, содержит дополнительные сведения, почерпнутые студентом из других источников.<br>Количество баллов 0,5-1 | Кольца. Поля.<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
|    | Решение дополнительных задач                                  | Примеры заданий: [2]<br>Критерии оценки<br>0,5 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения,<br>1 – задача решена верно, дано теоретическое обоснование решения, студент объясняет решение, свободно владеет   | Кольца. Поля<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);   |

|                                   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|
|                                   | теоретическим материалом<br>Количество баллов 0,5-1   | умеет работать с основными алгебраическими моделями;<br>доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения  |
| Контрольное мероприятие по модулю |   |   |
| Контрольная работа                | Пример работы приведен ниже<br>Критерии оценки<br>Каждая задача оценивается в 3 балла:<br>задача решена правильно, даны обоснования, пояснения к каждому этапу решения задачи; студент знает все определения и свойства понятий, используемых в задаче<br>Количество баллов 0-15                                  | Кольца. Поля<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Ментальная карта модуля           | Составить ментальную карту модуля<br>Критерии оценки<br>В карте отражены все основные понятия темы, корректно установлены связи, студент формулирует определения всех понятий и их свойства, основные теоремы<br>Количество баллов 0-5  | Кольца. Поля<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;<br>- критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| Коллоквиум «Кольца. Поля»         | См. список теоретических вопросов (13-26)<br>Критерии оценки<br>0,5 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий<br>1 – студент знает определения основных понятий, свойства основных понятий, умеет их доказывать, знает и умеет доказывать основные теоремы<br>Количество баллов 0-8 | Кольца. Поля<br>Знает базовые математические модели (уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, функция, многочлен, матрица и др.); теоретические положения алгебраических структур (группы, кольца, поля, теория делимости в произвольном кольце);<br>умеет работать с основными алгебраическими моделями; доказывать основные теоремы алгебраических структур;   |

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль): «Математика и Физика»

Рабочая программа дисциплины «Алгебра»

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  | - критически анализировать и выбирать информацию в соответствии с алгебраической задачей;<br>применять теоретические положения алгебраических структур к решению математических задач, выбирает наиболее рациональный способ решения |
| <p>Промежуточный контроль<br/>по дисциплине – экзамен, включает в себя 2 теоретических вопроса (один по первому, второй по второму модулю) и 1 задачу. Перечень вопросов представлен в списке теоретических вопросов, примеры задач представлены в домашних работах, контрольной работе и индивидуальном задании.<br/>Каждое задание оценивание от 0 до 5 баллов<br/>Количество баллов за экзамен 0-15</p> |  |  |