Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Кислова Наталья Николаевна
Должность: Проректор по УМР и качеству образования
Дата подписания: 14.12.2023 10:23:15
Уникальный программный ключ:
52802513f5b14a975b3e9b1300a095d3726b159bb0b4f863ae63b96a966c033

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**
**«Самарский государственный социально-педагогический университет»**

**Кафедра физики, математики и методики обучения**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР и КО,
председатель УМС СГСПУ
_____Н.Н. Кислова

# МОДУЛЬ "ПРЕДМЕТНОЕ ОБУЧЕНИЕ. МАТЕМАТИКА"

# Математический анализ

## рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Физики, математики и методики обучения**

Учебный план ФМФИ-б23МФо(5г)
Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль): «Математика» и «Физика»

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **15 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 540
в том числе:
аудиторные занятия 182
самостоятельная работа 358

Виды контроля в семестрах:
экзамены 3, 5
зачеты 2, 4
зачеты с оценкой 1

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

| Семестр(Курс.Номер семестра на курсе) | **1(1.1)** | | **2(1.2)** | | **3(2.1)** | | **4(2.2)** | | **5(3.1)** | | Итого | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Вид занятий | УП | РПД | УП | РПД | УП | РПД | УП | РПД | УП | РПД | УП | РПД |
| Лекции | 10 | 10 | 10 | 10 | 22 | 22 | 10 | 10 | 16 | 16 | 64 | 64 |
| Практические | 18 | 18 | 16 | 16 | 36 | 36 | 18 | 18 | 26 | 26 | 110 | 110 |
| В том числе инт. | 12 | 12 | 8 | 8 | 8 | 8 | 10 | 10 | 6 | 6 | 44 | 44 |
| Итого ауд. | 28 | 28 | 26 | 26 | 58 | 58 | 28 | 28 | 42 | 42 | 182 | 182 |
| Контактная работа | 28 | 28 | 26 | 26 | 58 | 58 | 28 | 28 | 42 | 42 | 182 | 182 |
| Сам. работа | 80 | 80 | 46 | 46 | 122 | 122 | 44 | 44 | 66 | 66 | 358 | 358 |
| Итого | 108 | 108 | 72 | 72 | 180 | 180 | 72 | 72 | 108 | 108 | 540 | 540 |

Программу составил(и):

Кечина Ольга Михайловна

При наличии обучающихся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья, которым необходим особый порядок освоения дисциплины (модуля), по их желанию разрабатывается адаптированная к ограничениям их здоровья рабочая программа дисциплины (модуля).

Рабочая программа дисциплины

**Математический анализ**

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана:

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль): «Математика» и «Физика»

утвержденного учёным советом СГСПУ от 28.10.2022 г. протокол № 4

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

**Физики, математики и методики обучения**

Протокол от 25.10.2022 г. №3
Зав. кафедрой Е.В. Галиева

Начальник УОП

Н.А. Доманина

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**Цель изучения дисциплины:** формирование у обучающихся систематических знаний в области математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, приложениях в естественных науках.
**Задачи изучения дисциплины:** формирование навыков профессионального самообразования и личностного роста; проектирование задач развития личности через преподаваемые предметы.
**Область профессиональной деятельности:** 01 Образование и наука

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

| | |
|---|---|
| Цикл (раздел) ОП: | Б1.О.08 |
| **2.1** | **Требования к предварительной подготовке обучающегося:** |
| Содержание дисциплины базируется на материале «Математика» (школьный курс) | |
| **2.2** | **Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:** |
| Теория вероятностей и математическая статистика | |
| Теория чисел | |

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач**

**УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи**

Знает:
- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).
Умеет:
- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа

**УК-1.2. Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи**

Умеет:
- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа

**УК-1.3. Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и риски**

Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа

## 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| Код занятия | Наименование разделов и тем /вид занятия/ | Семестр / Курс | Часов | Интеракт. |
|---|---|---|---|---|
| | **Раздел 1. Пределы функций. Непрерывность функций** | | | |
| 1.1 | Множества. Функции. Основные свойства функций /Лек/ | 1 | 2 | 0 |
| 1.2 | Функции. Основные свойства функций /Пр/ | 1 | 2 | 2 |
| 1.3 | Множества. Основные свойства функций /Ср/ | 1 | 26 | 0 |
| 1.4 | Предел числовой последовательности. Предел действительной функции действительного переменного /Лек/ | 1 | 2 | 0 |
| 1.5 | Предел числовой последовательности. Предел действительной функции действительного переменного /Пр/ | 1 | 2 | 2 |
| 1.6 | Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного /Ср/ | 1 | 10 | 0 |
| 1.7 | Пределы элементарных функций /Лек/ | 1 | 2 | 0 |
| 1.8 | Вычисление пределов элементарных функций /Пр/ | 1 | 10 | 4 |
| 1.9 | Пределы элементарных функций /Ср/ | 1 | 20 | 0 |
| 1.10 | Непрерывность функции в точке и на множестве /Лек/ | 1 | 4 | 0 |
| 1.11 | Непрерывность функции в точке и на множестве /Пр/ | 1 | 4 | 4 |
| 1.12 | Непрерывность функции в точке и на множестве /Ср/ | 1 | 24 | 0 |
| | **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной** | | | |
| 2.1 | Производная функции. Правила дифференцирования /Лек/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.2 | Нахождение производных функций одной переменной /Пр/ | 2 | 2 | 2 |
| 2.3 | Производная функции. Правила дифференцирования /Ср/ | 2 | 8 | 0 |
| 2.4 | Производные функций, заданных параметрически и неявно. Дифференцирование показательно-степенной функции /Лек/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.5 | Нахождение производных показательно-степенных функций и функций, заданных параметрически и неявно /Пр/ | 2 | 4 | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2.6 | Производные функций, заданных параметрически и неявно. Дифференцирование показательно-степенной функции /Ср/ | 2 | 8 | 0 |
| 2.7 | Основные теоремы дифференциального исчисления, правила Лопиталя /Лек/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.8 | Применение производных к вычислению пределов элементарных функций /Пр/ | 2 | 2 | 2 |
| 2.9 | Основные теоремы дифференциального исчисления, правила Лопиталя /Ср/ | 2 | 8 | 0 |
| 2.10 | Полное исследование функции средствами математического анализа/Лек/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.11 | Полное исследование функции средствами математического анализа /Пр/ | 2 | 4 | 2 |
| 2.12 | Полное исследование функции средствами математического анализа /Ср/ | 2 | 10 | 0 |
| 2.13 | Наибольшее и наименьшее значения функции /Лек/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.14 | Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения /Пр/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.15 | Наибольшее и наименьшее значения функции /Ср/ | 2 | 6 | 0 |
| 2.16 | Дифференциал функции и его применение /Пр/ | 2 | 2 | 0 |
| 2.17 | Дифференциал функции и его применение /Ср/ | 2 | 6 | 0 |
| | **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной** | | | |
| 3.1 | Первообразная и неопределённый интеграл. Основные методы интегрирования /Лек/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.2 | Нахождение неопределённых интегралов основными методами /Пр/ | 3 | 4 | 2 |
| 3.3 | Первообразная и неопределённый интеграл /Ср/ | 3 | 10 | 0 |
| 3.4 | Интегрирование рациональных функций /Лек/ | 3 | 2 | 0 |
| 3.5 | Нахождение интегралов от рациональных функций /Пр/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.6 | Интегрирование рациональных функций /Ср/ | 3 | 14 | 0 |
| 3.7 | Интегрирование иррациональных функций /Лек/ | 3 | 2 | 0 |
| 3.8 | Нахождение интегралов от иррациональных функций /Пр/ | 3 | 4 | 2 |
| 3.9 | Интегрирование иррациональных функций /Ср/ | 3 | 16 | 0 |
| 3.10 | Интегрирование тригонометрических функций /Лек/ | 3 | 2 | 0 |
| 3.11 | Нахождение интегралов от тригонометрических функций /Пр/ | 3 | 4 | 2 |
| 3.12 | Интегрирование тригонометрических функций /Ср/ | 3 | 16 | 0 |
| 3.13 | Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления /Лек/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.14 | Вычисление определённых интегралов основными методами /Пр/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.15 | Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления /Ср/ | 3 | 14 | 0 |
| 3.16 | Геометрические приложения определённого интеграла /Лек/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.17 | Геометрические приложения определённого интеграла /Пр/ | 3 | 8 | 2 |
| 3.18 | Геометрические приложения определённого интеграла /Ср/ | 3 | 20 | 0 |
| 3.19 | Механические приложения определённого интеграла /Лек/ | 3 | 2 | 0 |
| 3.20 | Механические приложения определённого интеграла /Пр/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.21 | Механические приложения определённого интеграла /Ср/ | 3 | 20 | 0 |
| 3.22 | Несобственные интегралы /Лек/ | 3 | 2 | 0 |
| 3.23 | Исследование несобственных интегралов на сходимость /Пр/ | 3 | 4 | 0 |
| 3.24 | Несобственные интегралы /Ср/ | 3 | 12 | 0 |
| | **Раздел 4. Ряды** | | | |
| 4.1 | Числовые ряды, основные понятия. Необходимый признак сходимости /Лек/ | 4 | 2 | 0 |
| 4.2 | Числовые ряды, действия над рядами /Пр/ | 4 | 2 | 2 |
| 4.3 | Числовые ряды, основные понятия /Ср/ | 4 | 4 | 0 |
| 4.4 | Достаточные признаки сходимости для положительных рядов /Лек/ | 4 | 2 | 0 |
| 4.5 | Исследование положительных рядов на сходимость /Пр/ | 4 | 6 | 2 |
| 4.6 | Достаточные признаки сходимости для положительных рядов /Ср/ | 4 | 10 | 0 |
| 4.7 | Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость /Лек/ | 4 | 2 | 0 |
| 4.8 | Исследование на сходимость знакопеременных рядов /Пр/ | 4 | 2 | 2 |
| 4.9 | Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость /Ср/ | 4 | 8 | 0 |
| 4.10 | Функциональные ряды. Степенные ряды /Лек/ | 4 | 2 | 0 |
| 4.11 | Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды /Пр/ | 4 | 4 | 2 |
| 4.12 | Функциональные ряды. Степенные ряды /Ср/ | 4 | 10 | 0 |
| 4.13 | Ряды Фурье /Лек/ | 4 | 2 | 0 |
| 4.14 | Разложение функций в ряд Фурье /Пр/ | 4 | 4 | 2 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4.15 | Ряды Фурье /Ср/ | 4 | 12 | 0 |
| | **Раздел 5. Функции многих переменных** | | | |
| 5.1 | N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия Функции многих переменных и их свойства /Лек/ | 5 | 4 | 0 |
| 5.2 | N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия /Пр/ | 5 | 2 | 0 |
| 5.3 | N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия /Ср/ | 5 | 12 | 0 |
| 5.4 | Дифференцируемость функции многих переменных /Лек/ | 5 | 2 | 0 |
| 5.5 | Дифференцирование функций многих переменных /Пр/ | 5 | 6 | 2 |
| 5.6 | Дифференцируемость функций многих переменных /Ср/ | 5 | 10 | 0 |
| 5.7 | Неявные функции. Локальные и глобальные экстремумы /Лек/ | 5 | 2 | 0 |
| 5.8 | Неявные функции одной и нескольких переменных /Пр/ | 5 | 4 | 0 |
| 5.9 | Неявные функции /Ср/ | 5 | 10 | 0 |
| 5.10 | Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции /Пр/ | 5 | 6 | 2 |
| 5.11 | Локальные и глобальные экстремумы /Ср/ | 5 | 10 | 0 |
| 5.12 | Двойные интегралы /Лек/ | 5 | 4 | 0 |
| 5.13 | Двойные интегралы и их приложения /Пр/ | 5 | 4 | 2 |
| 5.14 | Кратные интегралы /Ср/ | 5 | 12 | 0 |
| 5.15 | Криволинейные интегралы /Лек/ | 5 | 4 | 0 |
| 5.16 | Криволинейные интегралы и их приложения /Пр/ | 5 | 4 | 0 |
| 5.17 | Криволинейные интегралы /Ср/ | 5 | 12 | 0 |

## 5. Оценочные и методические материалы по дисциплине (модулю)

### 5.1. Содержание аудиторной работы по дисциплине (модулю)

**1 семестр, 5 лекций, 9 практических занятий**

**Раздел 1. Пределы функций. Непрерывность функций**

Лекция № 1 (2 часа)

Множества. Функции. Основные свойства функций.

Вопросы и задания:
1. Предмет математического анализа. Постоянные и переменные величины.
2. Понятие множества, действия над множествами.
3. Действительные числа. Числовая прямая. Основные числовые множества: отрезок, интервал, полуинтервал. Окрестность точки.
4. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции.
5. Основные свойства функции: чётность, нечётность, периодичность, монотонность, ограниченность. Область определения функции и множество значений. График функции.
6. Сложная функция. Обратная функция.
7. Классификация основных функций.

Практическое занятие № 1 (2 часа)

Функции. Основные свойства функций

Вопросы и задания:
1. Понятие действительной функции действительной переменной. Способы задания функции.
2. Основные свойства функции: чётность, нечётность, периодичность, монотонность, ограниченность. Область определения функции и множество значений. График функции.
3. Сложная функция. Обратная функция.
4. Классификация основных функций.
5. Нахождение области определения функции.
6. Исследование функции на чётность/ нечётность, монотонность, периодичность, ограниченность.

Лекция № 2 (2 часа)

Предел числовой последовательности. Предел действительной функции действительного переменного

Вопросы и задания:
1. Понятие числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности.
2. Определение конечного предела последовательности, его геометрический смысл.
3. Ограниченные последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности.
4. Определение бесконечных пределов последовательности.
5. Определение конечного предела функции при $x \to x_0$.
6. Определение конечного предела функции при $x \to -\infty, x \to +\infty$.
7. Бесконечные пределы функции.
8. Теорема о единственности предела функции.
9. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
10. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
11. Бесконечно большие функции. Свойства бесконечно больших функций.
12. Теоремы о связи функции с её пределом. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного.

13. Теоремы о сохранении функцией знака своего предела, о переходе к пределу в неравенстве, о пределе промежуточной функции.

Практическое занятие № 2 (2 часа)

Предел числовой последовательности. Предел действительной функции действительного переменного

Вопросы и задания:
1. Понятие числовой последовательности. Способы задания числовой последовательности.
2. Определение конечного предела последовательности, его геометрический смысл.
3. Определение бесконечных пределов последовательности.
4. Доказательство пределов числовых последовательностей.
5. Определение конечного предела функции при $x \to x_0$
6. Определение конечного предела функции при $x \to -\infty, x \to +\infty$.
7. Бесконечные пределы функции.
8. Теорема о единственности предела функции.
9. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
10. Бесконечно малые функции. Свойства бесконечно малых функций.
11. Бесконечно большие функции. Свойства бесконечно больших функций.
12. Теоремы о связи функции с её пределом. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного.
13. Доказательство пределов функций.

Лекция № 3 (2 часа)

Пределы элементарных функций

Вопросы и задания:
1. Предел целой рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
2. Предел дробно-рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
3. Неопределённые выражения вида $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty\text{-}\infty]$.
4. Предел иррациональной функции при $x \to x_0$, при $x \to \pm\infty$.
5. Пределы тригонометрических функций. Первый замечательный предел.
6. Пределы показательной и логарифмической функций.
7. Показательно-степенная функция и её предел. Неопределённые выражения вида $[1^\infty]$, $[0^0]$, $[\infty^0]$. Второй замечательный предел.
8. Третий замечательный предел.
9.Четвёртый замечательный предел.

Практическое занятие № 3-8 (10 часов)

Вычисление пределов элементарных функций

Вопросы и задания:
1. Предел целой рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
2. Предел дробно-рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
3. Неопределённые выражения вида $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty\text{-}\infty]$ при вычислении пределов рациональных функций.
4. Вычисление пределов целой рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
5. Вычисление пределов дробно-рациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
6. Раскрытие неопределённостей вида $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty\text{-}\infty]$ при вычислении рациональных функций.
7. Предел иррациональной функции при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
8. Неопределённые выражения вида $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty\text{-}\infty]$ при вычислении пределов иррациональных функций.
9. Вычисление пределов иррациональных функций при $x \to x_0, x \to \pm\infty$.
10. Раскрытие неопределённостей вида $\left[\frac{0}{0}\right]$, $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $[0 \cdot \infty]$, $[\infty\text{-}\infty]$ при вычислении пределов иррациональных функций.
11. Основные свойства тригонометрических функций.
12. Вычисление пределов тригонометрических функций.
13. Первый замечательный предел и его следствия.
14. Раскрытие неопределённостей при вычислении пределов тригонометрических функций.
15. Пределы показательных функций.
16. Показательно-степенная функция и её предел.
17. Второй замечательный предел. Раскрытие неопределенностей вида $[1^\infty]$.
18. Пределы логарифмических функций.
19. Раскрытие неопределённостей, содержащих логарифмические функции.
20. Третий замечательный предел.
21. Четвёртый замечательный предел.

Лекция № 4 (4 часа)

Непрерывность функции в точке и на множестве

Вопросы и задания:
1. Приращение аргумента и функции в точке. Понятие непрерывной функции в точке и на множестве.
2. Теоремы о непрерывности суммы, произведения, частного.
3. Теорема о непрерывности сложной функции.
4. Теорема о непрерывности обратной функции.

Практическое занятие № 9-10 (4 часа)

Непрерывность функции в точке и на множестве

Вопросы и задания:
1. Понятие непрерывной функции в точке и на множестве.
2. Теоремы о непрерывности суммы, произведения, частного.
3. Теорема о непрерывности сложной функции.
4. Теорема о непрерывности обратной функции.
5. Исследование функции на непрерывность.
6. Понятие односторонних пределов функции и их связь с пределом функции в точке.
7. Точки разрыва функции и их классификация.
8. Свойства функций, непрерывных в точке.
9. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
10. Отыскание точек разрыва функций, их классификация.

**2 семестр, 5 лекций, 8 практических занятий**

**Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Лекция № 1 (2 часа)

Производная функции. Правила дифференцирования

Вопросы и задания:
1. Задачи, приводящие к понятию производной: задача о касательной и задача о скорости.
2. Определение производной.
3. Геометрический и механический смысл производной.
4. Понятие дифференцируемой в точке функции.
5. Правила дифференцирования.
6. Таблица производных.
7. Производная сложной функции.
8. Производная обратной функции.
9. Производные высших порядков

Практическое занятие № 1 (2 часа)

Нахождение производных функций одной переменной

Вопросы и задания:
1. Понятие производной функции действительной переменной.
2. Геометрический и механический смысл производной.
3. Вычисление производной функции по определению.
4. Вывод формул производных некоторых элементарных функций.
5. Вычисление производных с помощью правил дифференцирования.
6. Нахождение производных сложных функций.

Лекция № 2 (2 часа)

Производные функций, заданных параметрически и неявно. Дифференцирование показательно-степенной функции

Вопросы и задания:
1. Правило вычисления производных функций, заданных параметрически.
2. Правило вычисления производных функций, заданных неявно.
3. Логарифмическое дифференцирование.
4. Производная показательно-степенной функции.

Практическое занятие № 2-3 (4 часа)

Нахождение производных показательно-степенных функций и функций, заданных параметрически и неявно

Вопросы и задания:
1. Производная показательно-степенной функции.
2. Метод логарифмического дифференцирования.
3. Вычисление производных функций, заданных параметрически.
4. Вычисление производных функций, заданных неявно.
5. Вычисление производных высших порядков, заданных в явном виде.
6. Вычисление производных высших порядков, заданных параметрически.
7. Вычисление производных высших порядков, заданных неявно.

Лекция № 3 (2 часа)

Основные теоремы дифференциального исчисления. Правила Лопиталя

Вопросы и задания:
1. Теорема Ферма.
2. Теорема Ролля.
3. Теорема Коши.
4. Теорема Лагранжа.
5. Правила Лопиталя.

Практическое занятие № 4 (2 часа)

Применение производной к вычислению пределов элементарных функций

Вопросы и задания:
1. Вычисление пределов функции с помощью правила Лопиталя.
2. Применение правила Лопиталя при раскрытии неопределенностей видов $[\frac{0}{0}]$, $[\frac{\infty}{\infty}]$, $[0 \cdot \infty]$, $[0^0]$.

Лекция № 4 (2 часа)

Тема «Полное исследование функции средствами математического анализа»

Вопросы и задания:
1. Необходимое и достаточное условие постоянства функции.
2. Достаточное условие монотонности функции.
3. Экстремум функции. Необходимое условие существования экстремума.
4. Достаточные условия существования экстремума.
5. Выпуклые, вогнутые кривые. Достаточное условие выпуклости (вогнутости) кривой.
6. Понятие точки перегиба. Необходимое условие существования точки перегиба. Достаточные условия существования точки перегиба.
7. Асимптоты кривой.
8. Схема полного исследования функции и построения графика.

Практическое занятие № 5-6 (4 часа)

Полное исследование функции средствами математического анализа

Вопросы и задания:
1. Исследование функций на монотонность с помощью достаточного условия монотонности.
2. Исследование функций на экстремум с помощью первого достаточного условия.
3. Исследование функций на экстремум с помощью второго достаточного условия.
4. Понятие выпуклой, вогнутой кривой.
5. Исследование функции на выпуклость, вогнутость.
6. Исследование функции на точки перегиба. Построение графика функции в окрестности точки перегиба.

Лекция № 5 (2 часа)

Наибольшее и наименьшее значения функции

Вопросы и задания:
1. Правило исследования функции на наибольшее и наименьшее значения на отрезке.
2. Правило исследования функции на наибольшее и наименьшее значения на интервале и полуинтервале.

Практическое занятие № 7 (2 часа)

Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения

Вопросы и задания:
1. Систематизация знаний о функциях, заданных аналитически.
2. Полное исследование функций, заданных аналитически.
3. Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения на отрезке.
4. Исследование функции на наибольшее и наименьшее значения на интервале.
5. Прикладные задачи на наибольшее и наименьшее значения функции.

Лекция № 6 (2 часа)

Дифференциал функции

Вопросы и задания:
1. Определение дифференциала функции.
2. Правило вычисления дифференциала функции.
3. Дифференциалы высших порядков.
4. Применение дифференциала к приближённым вычислениям.

Практическое занятие № 8 (2 часа)

Дифференциал функции и его применение

Вопросы и задания:
1. Дифференциал первого порядка.
2. Применение дифференциала первого порядка к приближённым вычислениям.
3. Дифференциал второго порядка.

**3 семестр, 11 лекций, 18 практических занятий**

**Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной**

Лекция № 1-2 (4 часа)

Первообразная и неопределённый интеграл. Основные методы интегрирования

Вопросы и задания:
1. Понятие первообразной функции и её свойства.
2. Неопределённый интеграл и его свойства.
3. Таблица интегралов.
4. Непосредственное интегрирование
5. Метод замены переменной при вычислении неопределённых интегралов.
6. Метод интегрирования по частям при вычислении неопределённых интегралов.

Практическое занятие № 1-2 (4 часа)

Нахождение неопределённых интегралов основными методами

Вопросы и задания:
1. Понятие первообразной функции и её свойства.
2. Неопределённый интеграл и его свойства.
3. Таблица интегралов.
4. Вычисление неопределённых интегралов с помощью таблицы интегралов.
5. Применение метода замены переменной при вычислении неопределённых интегралов.
6. Вычисление «табличных» неопределённых интегралов с помощью метода замены переменной.
7. Применение метода интегрирования по частям при вычислении неопределённых интегралов.
8. Вычисление «табличных» неопределённых интегралов с помощью метода интегрирования по частям.

Лекция № 3 (2 часа)

Интегрирование рациональных функций

Вопросы и задания

1. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
2. Интегрирование дробно-рациональной функции в общем случае.

Практическое занятие № 3-4 (4 часа)

Нахождение интегралов от рациональных функций

Вопросы и задания:

1. Четыре типа простейших рациональных дробей: $\frac{A}{x-a}, \frac{A}{(x-a)^n}, \frac{Mx+N}{x^2+px+q}, \frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^n}$.
2. Интегрирование простейших рациональных дробей.
3. Представление дробно-рациональной функции в виде суммы простейших дробей.
4. Интегрирование дробно-рациональной функции в общем виде.
5. Частные случаи интегрирования дробно-рациональной функции.

Лекция № 4 (2 часа)

Интегрирование иррациональных функций

Вопросы и задания:

1. Рационализирующие подстановки, сводящие интеграл от иррациональной функции к интегралу от рациональной функции, в зависимости от вида подынтегральной функции.
2. Подстановки Эйлера.
3. Интеграл от биномиального дифференциала. Подстановки Чебышёва.

Практическое занятие № 5-6 (4 часа)

Нахождение интегралов от иррациональных функций

Вопросы и задания:

1. Интегралы вида $\int R(x, x^{\frac{m_1}{n_1}}, x^{\frac{m_2}{n_2}}, \dots, x^{\frac{m_k}{n_k}})dx$. Рационализирующая подстановка.
2. Интегралы вида $\int R(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_2}{n_2}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_k}{n_k}})dx$. Рационализирующая подстановка.
3. Частные случаи интегралов вида $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})dx$.
4. Подстановки Эйлера.
5. Интегрирование биноминальных дифференциалов. Подстановки Чебышёва.
6. Понятие интегрируемости в конечном виде.

Лекция № 5 (2 часа)

Интегрирование тригонометрических функций

Вопросы и задания:

1. Нахождение интегралов вида $\int R(\sin x, \cos x)dx$. Универсальная тригонометрическая подстановка.
2. Частые случаи интеграла $\int R(\sin x, \cos x)dx$.
3. Нахождение интегралов вида $\int R(\operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x)dx$.

Практические занятия № 7-8 (4 часа)

Нахождение интегралов от тригонометрических функций

Вопросы и задания:

1. Интегрирование тригонометрических функций $\int R(\sin x, \cos x)dx$. Универсальная тригонометрическая подстановка.
2. Частные случаи интегралов вида $\int R(\sin x, \cos x)dx$.
3. Интегрирование тригонометрических функций $\int R(tg\ x, \quad ctgx)dx$.
4. Частные случаи интегралов от тригонометрических функций.

Лекция № 6-7 (4 часа)

Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления

Вопросы и задания:

1. Интегральная сумма.
2. Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
3. Понятие определённого интеграла.
4. Свойства определённого интеграла.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Метод замены переменной в определённом интеграле.
7. Метод интегрирования по частям в определённом интеграле.

Практическое занятие № 9-10 (4 часа)

Вычисление определённых интегралов основными методами

Вопросы и задания:

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Вычисление определённых интегралов с применением формулы Ньютона-Лейбница.
3. Метод замены переменной в определённом интеграле.
4. Метод интегрирования по частям в определённом интеграле.

Лекция № 8-9 (4 часа)

Геометрические приложения определённого интеграла

Вопросы и задания:

1. Геометрический смысл определённого интеграла.

2. Площадь криволинейной трапеции.
3. Площадь криволинейного сектора.
4. Площадь плоской фигуры.
5. Объём тела с известной площадью поперечного сечения.
6. Объём тела вращения.
7. Дифференциал дуги.
8. Вычисление длины дуги кривой в зависимости от способа её задания.
9. Вычисление площади поверхности вращения.

Практические занятия № 11-14 (8 часов)

Геометрические приложения определённого интеграла

Вопросы и задания:
1. Геометрический смысл определённого интеграла.
2. Площадь криволинейной трапеции.
3. Площадь плоской фигуры.
4. Площадь криволинейного сектора.
5. Вычисление площадей плоских фигур, заданных параметрически.
6. Объём тела с известной площадью поперечного сечения.
7. Объём тела вращения.
8. Дифференциал дуги.
9. Вычисление длины дуги кривой в зависимости от способа её задания.
10. Вычисление площадей поверхностей вращения, заданных разными способами.

Лекция № 10 (2 часа)

Механические приложения определённого интеграла

Вопросы и задания:
1. Вычисление массы дуги и плоской фигуры.
2. Вычисление статических моментов дуги и плоской фигуры.
3. Вычисление координат центра тяжести дуги и плоской фигуры.
4. Вычисление моментов инерции дуги и плоской фигуры относительно координатных осей и начала координат.

Практические занятия № 15-16 (4 часа)

Механические приложения определённого интеграла

Вопросы и задания:
1. Вычисление массы дуги и плоской фигуры.
2. Вычисление статических моментов дуги и плоской фигуры.
3. Вычисление координат центра тяжести дуги и плоской фигуры.
4. Вычисление моментов инерции дуги и плоской фигуры относительно координатных осей и начала координат.

Лекция № 11 (2 часа)

Тема «Несобственные интегралы»

Вопросы и задания:
1. Несобственные интегралы первого рода (по бесконечному промежутку).
2. Несобственные интегралы второго рода (от неограниченной функции).

Практические занятия № 17-18 (4 часа)

Исследование несобственных интегралов на сходимость

Вопросы и задания:
1. Несобственные интегралы первого рода (по бесконечному промежутку).
2. Несобственные интегралы второго рода (от неограниченной функции).

**4 семестр, 5 лекций, 9 практических занятий**

**Раздел 4. Ряды**

Лекция № 1 (2 часа)

Числовые ряды, основные понятия. Необходимый признак сходимости

Вопросы и задания:
1. Понятие ряда. Частичная сумма ряда, сумма ряда.
2. Сходимость ряда.
3. Необходимый признак сходимости.
4. Операции над рядами.

Практическое занятие № 1 (2 часа)

Числовые ряды, действия над рядами

Вопросы и задания:
1. Числовой ряд, сумма ряда, сходимость ряда.
2. Ряд геометрической прогрессии, гармонический ряд, обобщённый гармонический ряд, их сходимость.
3. Необходимый признак сходимости ряда и следствие из него.
4. Исследование ряда на сходимость по определению и с использованием следствия из необходимого признака сходимости.

Лекция № 2 (2 часа)

Достаточные признаки сходимости для положительных рядов

Вопросы и задания:
1. Признак сравнения для положительных рядов.
2. Признак сравнения в предельной форме для положительных рядов.
3. Признак Даламбера для положительных рядов.

4. Признак Коши для положительных рядов.
5. Интегральный признак сходимости для положительных рядов.

Практическое занятие № 2-4 (6 часов)

Исследование положительных рядов на сходимость

Вопросы и задания:
1. Признак сравнения для положительных рядов.
2. Признак сравнения в предельной форме для положительных рядов.
3. Исследование рядов на сходимость с использованием признаков сравнения.
4. Признак Даламбера сходимости положительных рядов.
5. Признак Коши сходимости положительных рядов.
6. Исследование рядов на сходимость с использованием признаков Даламбера, Коши
7. Интегральный признак сходимости положительных рядов.
8. Исследование рядов на сходимость с использованием интегрального признака.

Лекция № 3 (2 часа)

Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость

Вопросы и задания:
1. Знакопеременные ряды.
2. Знакочередующиеся ряды.
3. Признак Лейбница.
4. Абсолютная сходимость ряда, условная сходимость ряда.
5. Признаки абсолютной сходимости.

Практическое занятие № 5 (2 часа)

Исследование на сходимость знакопеременных рядов

Вопросы и задания:
1. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды.
2. Признак Лейбница.
3. Абсолютная сходимость ряда, условная сходимость ряда.
4. Исследование знакопеременных и знакочередующихся рядов на сходимость и определение вида сходимости.

Лекция № 4 (2 часа)

Функциональные ряды. Степенные ряды.

Вопросы и задания:
1. Функциональные последовательности. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.
2. Равномерная сходимость функционального ряда. Признак Вейерштрасса.
3. Степенные ряды. Интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.
4. Свойства степенных рядов внутри интервала сходимости.
5. Разложение функции в степенной ряд в окрестности точки. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
6. Приближённые вычисления с помощью степенных рядов.

Практическое занятие №6-7 (4 часа)

Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды

Вопросы и задания:
1. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.
2. Степенные ряды. Интервал сходимости и область сходимости степенного ряда.
3. Свойства степенных рядов внутри интервала сходимости.
4. Нахождение интервала и области сходимости степенных рядов
5. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.
6. Разложение функций в степенной ряд в окрестности точки.
7. Приближённые вычисления с помощью степенных рядов.

Лекция № 5 (2 часа)

Ряды Фурье

Вопросы и задания:
1. Понятие ортогональной системы функций.
2. Тригонометрический ряд Фурье.
3. Алгоритм разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.
4. Частные случаи разложения функций в тригонометрические ряды.

Практические занятия № 8-9 (4 часа)

Разложение функций в ряд Фурье

Вопросы и задания:
1. Понятие ортогональной системы функций.
2. Тригонометрический ряд Фурье.
3. Алгоритм разложения функции в тригонометрический ряд Фурье.
4.Разложение функций в тригонометрические ряды. Частные случаи.

**5 семестр, 8 лекций, 13 практических занятий**

**Раздел 5. Функции многих переменных**

Лекция № 1-2 (4 часа)

N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия Функции многих переменных и их свойства

Вопросы и задания:
1. Понятие n-мерного пространства.

2. Предельные, внутренние, граничные точки множества.
3. Открытые замкнутые, ограниченные, связные множества, область.
4. Классификация функций нескольких переменных, их основные свойства.
5. Пределы основных функций в точке.
6. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве.

Практическое занятие № 1 (2 часа)

N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия

Вопросы и задания:
1. Понятие n-мерного пространства.
2. Предельные, внутренние, граничные точки множества.
3. Открытые замкнутые, ограниченные, связные множества, область.
4. Классификация функций нескольких переменных, их основные свойства.
5. Отыскание области определения функции двух и трёх переменных, её геометрическая иллюстрация и характеристика.

Лекция № 3 (2 часа)

Дифференцируемость и дифференциал функции многих переменных

Вопросы и задания:
1. Частные производные функций нескольких переменных.
2. Производная сложной функции.
3. Дифференциал функции нескольких переменных. Неивариантность формы дифференциала.

Практическое занятие № 2-4 (6 часов)

Дифференцирование функций многих переменных

Вопросы и задания:
1. Частные производные функций нескольких переменных.
2. Правило отыскания частных производных функций нескольких переменных.
3. Частные производные высших порядков.
4. Отыскание частных производных первого и второго порядков функций двух и трёх переменных.
5. Правило отыскания производной сложной функции нескольких переменных в случае зависимости промежуточных аргументов от одной переменной.
6. Правило отыскания производной сложной функции нескольких переменных в случае зависимости промежуточных аргументов от нескольких переменных.
7. Отыскание производных сложных функций нескольких переменных в случае зависимости промежуточных аргументов от одной и нескольких переменных.
8. Дифференциал функции нескольких переменных.
9. Дифференциалы высших порядков.
10. Применение дифференциала к приближённым вычислениям.

Лекция № 4 (2 часа)

Неявные функции. Локальные и глобальные экстремумы

Вопросы и задания:
1. Теорема существования неявной функции одной переменной.
2. Теорема существования неявной функции двух переменных.
3. Понятие экстремума функции двух переменных.
4. Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных.
5. Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных.
6. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
7. Правило исследования функции двух переменных на наибольшее и наименьшее значения.

Практическое занятие № 5-6 (4 часа)

Неявные функции одной и нескольких переменных

Вопросы и задания:
1. Теорема существования неявной функции одной переменной.
2. Теорема существования неявной функции двух переменных.
3. Дифференцирование неявных функций одной и двух переменных.

Практическое занятие № 7-9 (6 часов)

Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции

1. Понятие экстремума функции двух переменных.
2. Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных.
3. Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных.
4. Исследование функции двух переменных на экстремумы.

Лекция № 5-6 (4 часа)

Двойные интегралы

Вопросы и задания:
1. Понятие двойного интеграла.
2. Интегрирование по прямоугольной области.
3. Интегрирование по произвольной области.
4. Изменение порядка интегрирования в повторном интеграле.
5. Переход к полярным координатам.
6. Геометрические и механические приложения двойных интегралов

Практическое занятие № 10-11 (4 часа)

Двойные интегралы и их приложения

Вопросы и задания:
1. Наибольшее и наименьшее значение функции нескольких переменных.
2. Правило исследования функции двух переменных на наибольшее и наименьшее значения.
3. Исследование функций двух переменных на наибольшее и наименьшее значения в замкнутой ограниченной области.
4. Практические задачи, сводящиеся к исследованию функции двух переменных на наибольшее и наименьшее значения.
5. Интегрирование по прямоугольной области.
6. Интегрирование по произвольной области.
7. Геометрические и механические приложения двойных интегралов.

Лекция № 7-8 (4 часа)

Криволинейные интегралы

Вопросы и задания:
1. Криволинейные интегралы первого рода.
2. Вычисление криволинейных интегралов первого рода.
3. Криволинейные интегралы второго рода.
4. Криволинейные интегралы по замкнутому контуру.
5. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Практическое занятие № 12-13 (4 часа)

Криволинейные интегралы и их приложения

Вопросы и задания:
1. Криволинейные интегралы первого рода
2. Криволинейные интегралы второго рода.
3. Криволинейные интегралы по замкнутому контуру.
4. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.

**5.2. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

**Содержание обязательной самостоятельной работы по дисциплине**

| № п/п | Темы дисциплины | Содержание самостоятельной работы | Продукты деятельности |
|---|---|---|---|
| 1 | Множества. Основные свойства функций | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 2 | Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного. | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 3 | Пределы элементарных функций | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 4 | Непрерывность функций в точке и на множестве | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 5 | Производная функции. Правила дифференцирования | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 6 | Производные функций, заданных неявно, параметрически. Производная показательно-степенной функции | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 7 | Основные теоремы дифференциального исчисления, правила Лопиталя | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 8 | Полное исследование функции методами математического анализа | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 9 | Наибольшее и наименьшее значения функции | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 10 | Дифференциал функции и его применение | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 11 | Первообразная и неопределённый интеграл | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 12 | Интегрирование рациональных функций | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 13 | Интегрирование иррациональных функций | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 14 | Интегрирование тригонометрических функций | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15 | Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 16 | Геометрические приложения определённого интеграла | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 17 | Механические приложения определённого интеграла | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 18 | Несобственные интегралы | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 19 | Числовые ряды, основные понятия | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 20 | Достаточные признаки сходимости для положительных рядов | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 21 | Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 22 | Функциональные ряды. Степенные ряды | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 23 | Ряды Фурье | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 24 | N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 25 | Дифференцирование функций многих переменных | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 26 | Неявные функции | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 27 | Локальные и глобальные экстремумы | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 28 | Кратные интегралы | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| 29 | Криволинейные интегралы | Задачи для самостоятельного решения | Выполненное домашнее задание |
| **Содержание самостоятельной работы по дисциплине на выбор** | | | |
| **№ п/п** | **Темы дисциплины** | **Содержание самостоятельной работы** | **Продукты деятельности** |
| 1 | Множества. Основные свойства функций | Изображение графиков элементарных функций | «Альбом кривых» |
| 2 | Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного. | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 3 | Пределы элементарных функций | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 4 | Непрерывность функций в точке и на множестве | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 5 | Производная функции. Правила дифференцирования | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 6 | Производные функций, заданных неявно, параметрически. Производная показательно-степенной функции | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 7 | Основные теоремы дифференциального исчисления | Подготовка доклада | Тезисы доклада, текст доклада, презентация |
| 8 | Полное исследование функции методами математического анализа | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 9 | Наибольшее и наименьшее значения функции | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 10 | Дифференциал функции и его применение | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 11 | Первообразная и неопределённый интеграл | Подготовка доклада | Тезисы доклада, текст доклада, презентация |
| 12 | Интегрирование рациональных функций | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | Интегрирование иррациональных функций | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 14 | Интегрирование тригонометрических функций | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 15 | Определённый интеграл и его свойства. Методы вычисления | Подготовка доклада | Тезисы доклада, текст доклада, презентация |
| 16 | Геометрические приложения определённого интеграла | Выполнение индивидуального задания Изображение кривых в «альбоме кривых» | Индивидуальное задание «Альбом кривых» |
| 17 | Механические приложения определённого интеграла | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 18 | Несобственные интегралы | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 19 | Числовые ряды, основные понятия | Подготовка доклада | Тезисы доклада, текст доклада, презентация |
| 20 | Достаточные признаки сходимости положительных рядов | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 21 | Ряды с произвольными членами | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 22 | Степенные ряды | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 23 | Ряды Фурье | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 24 | N-мерное пространство. Функции многих переменных и их свойства | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 25 | Дифференцирование функций многих переменных | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 26 | Неявные функции | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 27 | Локальные и глобальные экстремумы | Подготовка доклада | Тезисы доклада, текст доклада, презентация |
| 28 | Кратные интегралы | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |
| 29 | Криволинейные интегралы | Выполнение индивидуального задания | Индивидуальное задание |

**5.3.Образовательные технологии**

При организации изучения дисциплины будут использованы следующие образовательные технологии: информационно-коммуникационные технологии, технология организации самостоятельной работы, технология рефлексивного обучения, технология модульного обучения, технология игрового обучения, технологии групповой дискуссии, интерактивные технологии, технология проблемного обучения, технология организации учебно-исследовательской деятельности, технология проектного обучения, технология развития критического мышления.

**5.4. Текущий контроль, промежуточный контроль и промежуточная аттестация**

Балльно-рейтинговая карта дисциплины оформлена как приложение к рабочей программе дисциплины.
Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине оформлен отдельным документом.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

| | Авторы, составители | Заглавие, ссылка на электронную библиотечную систему | Издательство, год |
|---|---|---|---|
| Л1.1 | Балдин, К. В. | Математический анализ: учебник URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=564130 | Москва: ФЛИНТА, 2020 |
| Л1.2 | Рябушко, А. П. | Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие: в 5 частях – Часть 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479522 | Минск: Вышэйшая школа, 2016 |
| Л1.3 | Рябушко, А. П. | Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие: в 5 частях – Часть 2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479523 | Минск: Вышэйшая школа, 2016 |
| Л1.4 | Рябушко, А. П. | Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие: в 5 частях – Часть 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479524 | Минск: Вышэйшая школа, 2016 |
| Л1.5 | Тер-Крикоров, А. М. | Курс математического анализа: учебное пособие URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222880 | Москва: Лаборатория знаний, 2020 |

#### 6.1.2. Дополнительная литература

| | Авторы, составители | Заглавие, ссылка на электронную библиотечную систему | Издательство, год |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| Л2.1 | Кудрявцев, Л. Д. | Краткий курс математического анализа: учебник: в 2 томах – Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82814 | Москва: Физматлит, 2009 |
| Л2.2 | Кудрявцев, Л. Д. | Краткий курс математического анализа: учебник: в 2 томах – Том 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818 | Москва: Физматлит, 2010 |

**6.2 Перечень программного обеспечения**

- Acrobat Reader DC
- Dr.Web Desktop Security Suite, Dr.Web Server Security Suite
- GIMP
- Microsoft Office 365 Pro Plus - subscription license (12 month) (Пакет программ Word, Excel, Access, PowerPoint, Outlook, OneNote, Publisher, Skype for Business, OneDrive, SharePoint Online)
- Microsoft Windows 10 Education
- XnView
- Архиватор 7-Zip

**6.3 Перечень информационных справочных систем, профессиональных баз данных**

- ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
- Базы данных Springer eBooks

## 7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

| | |
|---|---|
| 7.1 | Наименование специального помещения: помещение для самостоятельной работы, Читальный зал. Оснащенность: ПК-4шт. с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду СГСПУ, Принтер-1шт., Телефон-1шт., Письменный стол-4 шт., Парта-2 шт. |
| 7.2 | Наименование специального помещения: учебная аудитория для проведения лекционных занятий, практических занятий, групповых консультаций, индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, Учебная аудитория. Оснащенность: Меловая доска-1шт., Комплект учебной мебели, ноутбук, проекционное оборудование (мультимедийный проектор и экран). |

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Работа над теоретическим материалом происходит кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю.

Проработка рабочей программы дисциплины, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Конспектирование источников, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с информационными источниками в разных форматах.

Также в процессе изучения дисциплины методические рекомендации могут быть изданы отдельным документом.

Приложение

Балльно-рейтинговая карта дисциплины «Математический анализ»

Курс 1 Семестр 1-2

| Вид контроля | | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|---|---|---|---|
| **Наименование раздела «Пределы функций. Непрерывность функций»** | | | |
| Текущий контроль по разделу: | | | |
| 1 | Аудиторная работа | 3 | 5 |
| 2 | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы) | 0 | 4 |
| 3 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | 4 | 7 |
| Контрольное мероприятие по разделу: | | 27 | 42 |
| Промежуточный контроль | | 34 | 58 |
| **Наименование раздела «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»** | | | |
| Текущий контроль по разделу: | | | |
| 1 | Аудиторная работа | 1 | 4 |
| 2 | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы) | 0 | 4 |
| 3 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | 6 | 10 |
| Контрольное мероприятие по разделу | | 15 | 24 |
| Промежуточный контроль | | 22 | 42 |
| Промежуточная аттестация | | | |
| | Итого: | **56** | **100** |

| Виды контроля | | Перечень или примеры заданий, критерии оценки и количество баллов | Темы для изучения и образовательные результаты |
|---|---|---|---|
| **Текущий контроль по разделу «Пределы функций. Непрерывность функций»** | | | |
| 1 | Аудиторная работа | 1) Ведение конспектов лекций.<br>Критерии оценки:<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на лекции вопросы: приведены требуемые определения и теоремы (или есть указания об источнике сведений).<br>1 балл – рассматриваемые на лекции вопросы отражены в конспекте на 70% .<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов лекций баллы снижаются.<br>2) Ведение конспектов практических занятий<br>Критерии оценки:<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на практических занятиях вопросы: приведены теоретические сведения (или есть указания об источнике | Тема:<br>Множества. Основные свойства функций<br><br>Тема:<br>Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного.<br><br>Тема:<br>Пределы иррациональных функций.<br><br>Тема:<br>Пределы элементарных функций |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | сведений), верно решены все предложенные задачи.<br>1 балл – рассматриваемые на практическом занятии вопросы отражены в конспекте на 70% .<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов практических занятий баллы снижаются. | Тема:<br>Непрерывность функции в точке и на множестве<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| 2 | Самостоятельная работа (обязательные формы) | 1) «Альбом кривых». Построить графики функций с указанием области определения и множества значений в «альбоме кривых»:<br>1) $y = x^2$, $y = x^4$ (в одной системе координат);<br>2) $y = x$, $y = x^3$, $y = x^5$ (в одной системе координат);<br>3) $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{1}{x^3}$ (в одной системе координат);<br>4) $y = \frac{1}{x^2}$, $y = \frac{1}{x^4}$ (в одной системе координат);<br>5) $y = sin\, x$;<br>6) $y = cos\, x$;<br>7) $y = tgx$;<br>8) $y = ctgx$;<br>9) $y = arcsin\, x$;<br>10) $y = arccos\, x$;<br>11) $y = arctgx$;<br>12) $y = arcctgx$;<br>13) $y = 2^x$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (в одной системе координат);<br>14) $y = log_2 x$, $y = log_{\frac{1}{2}} x$ (в одной системе координат).<br>Критерии оценки: каждое задание оценивается максимум 0,5 балла.<br>0,5 балла – график функции построен точно, область определения и множество значений каждой функции приведены верно, расположенные в одной системе координат графики различных функций чётко различаются.<br>0 баллов – график не удовлетворяет вышеуказанным критериям. | Тема:<br>Множества. Основные свойства функций<br><br>Тема:<br>Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного.<br><br>Тема:<br>Пределы иррациональных функций.<br><br>Тема:<br>Пределы элементарных функций<br><br>Тема:<br>Непрерывность функции в точке и на множестве<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет: |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 2) Выполнение домашних заданий.<br>Критерии оценки:<br>4 балла – в домашних заданиях верно решены все предложенные задачи.<br>1 – 3 балла – допущены ошибки в выполнении заданий.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление домашних заданий баллы снижаются. | - определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| 3 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | 1) Найти область определения функции, заданной аналитически.<br>Критерии оценки:<br>5 баллов:<br>1. верно определён класс заданной функции,<br>2. верно выписаны все соотношения, задающие область определения функции,<br>3. верно решены неравенства, задающие область определения функции,<br>4. решения неравенств верно отмечены на числовой прямой,<br>5. верно записана область определения функции в виде числового множества или их объединений.<br>4 балла – выполнены 4 условия из 1-5 условий на 5 баллов;<br>3 балла – выполнены 3 условия из 1-5 условий на 5 баллов;<br>2 балла – выполнены 2 условия из 1-5 условий на 5 баллов;<br>1 балл – выполнено 1 условие из 1-5 условий на 5 баллов;<br>0 баллов – не выполнено ни одно из пяти указанных условий.<br>2) Вычислить предел рациональной функции при $x \to x_0$ или при $x \to \pm\infty$.<br>Критерии оценки:<br>1 балл – верно вычислен предел, верно указаны использованные при вычислении предела теоремы;<br>0 баллов – неверно вычислен предел.<br>3) Вычислить предел иррациональной функции при $x \to x_0$ или при $x \to \pm\infty$.<br>Критерии оценки:<br>1 балл – верно вычислен предел, верно указаны использованные при вычислении предела теоремы;<br>0 баллов – неверно вычислен предел.<br>4) Вычислить предел тригонометрической функции при $x \to x_0$ или $x \to \pm\infty$.<br>Критерии оценки:<br>1 балл – верно вычислен предел, верно указаны использованные при вычислении предела теоремы;<br>0 баллов – неверно вычислен предел.<br>5) Вычислить предел показательно-степенной функции при $x \to x_0$ или при $x \to \pm\infty$.<br>Критерии оценки: | Тема:<br>Множества. Основные свойства функций<br><br>Тема:<br>Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного.<br><br>Тема:<br>Пределы иррациональных функций.<br><br>Тема:<br>Пределы элементарных функций<br><br>Тема:<br>Непрерывность функции в точке и на множестве<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 1 балл – верно вычислен предел, верно указаны использованные при вычислении предела теоремы;<br>0 баллов – неверно вычислен предел.<br>6) Привести примеры с геометрической иллюстрацией 4 функций с исследованием на непрерывность и точки разрыва:<br>1. точка устранимого разрыва;<br>2. точка разрыва с конечным скачком;<br>3. точка разрыва с бесконечным скачком;<br>4. функции, «состыкованные» в некоторой точке.<br>Критерии оценки: каждый пример оценивается максимум 2,5 баллами.<br>2,5 балла – задание письменно выполнено верно (верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна, верно определены точки разрыва (подозрительные на разрыв), верно вычислены односторонние пределы при определении типа точек разрыва функции, верно определён тип точек разрыва, верно изображён график функции в окрестности точек разрыва), при отчёте объяснены все требуемые формулы;<br>0,5–1,5 балла – задание выполнено с незначительной ошибкой, которая была исправлена при отчёте задания, или задание письменно выполнено верно, но не обосновано;<br>0 баллов – задание выполнено неверно. | |
| Контрольное мероприятие по разделу | | Коллоквиум. Примерная программа коллоквиума<br>I. Теоретический вопрос<br>1. Понятие множества. Основные числовые множества: отрезок, интервал, полуинтервал. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. Примеры.<br>2. Действительная функция действительного переменного. График функции. Множество значений функции. Способы задания функции. Классификация основных элементарных функций. Общие свойства функции: ограниченность, монотонность функции, чётность (нечётность), периодичность. Примеры.<br>3. Числовая последовательность. Определение конечного предела последовательности, его геометрический смысл. Бесконечные пределы последовательности. Теорема о единственности предела последовательности; теорема существования предела последовательности.<br>4. Понятие предела функции, его геометрический смысл. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.<br>5. Понятие бесконечно малых функций. Пример. Теоремы о бесконечно малых функциях.<br>6. Теоремы о пределе суммы, произведения, частного. Пределы элементарных | Тема:<br>Множества. Основные свойства функций<br><br>Тема:<br>Числовые последовательности. Предел действительной функции действительного переменного.<br><br>Тема:<br>Пределы иррациональных функций.<br><br>Тема:<br>Пределы элементарных функций<br><br>Тема:<br>Непрерывность функции в точке и на множестве<br><br>Результаты обучения:<br>Знает: |

| | | |
|---|---|---|
| | функций.<br>7. Определения пределов функции с геометрической иллюстрацией.<br>8. Бесконечно большие функции. Теоремы о бесконечно больших функциях.<br>9. Пределы целой рациональной функции при $x \to a$ и $x \to \pm\infty$. Примеры.<br>10. Пределы дробно рациональной функции при $x \to a$ и $x \to \pm\infty$. Примеры.<br>11. Теорема о сохранении функцией знака своего предела; теорема о переходе к пределу в неравенстве; теорема о пределе промежуточной функции.<br>12. Пределы тригонометрических функций. Первый замечательный предел, следствия их него. Примеры.<br>13. Предел показательной функции. Понятие показательно-степенной функции. Теорема о пределе показательно-степенной функции. Виды неопределенностей в случае показательно-степенной функции. Второй замечательный предел. Примеры.<br>14. Предел логарифмической функции. Примеры.<br>15. Третий замечательный предел. Четвёртый замечательный предел.<br>II. Задача на одну из вышеуказанных тем.<br>Критерии оценки:<br>12 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; задача решена верно.<br>10-11 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>5-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно, или задача решена верно, но допущены грубые ошибки при ответе на теоретический вопрос билета<br>1-4 балла – приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.<br>0 баллов – ответ не соответствует ни одному из указанных выше критериев.<br>Контрольная работа 1. Контрольная работа состоит из 10 заданий на вычисление предела функции.<br>Критерии оценки:<br>Каждое задание оценивается максимум 3 баллами.<br>3 балла – верно указаны теоремы, используемые при вычислении предела функции, и верно вычислен предел. | - этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 2 балла – допущены ошибки в формулировке теорем, используемых при вычислении предела функции, или при вычислении предела допущена негрубая ошибка.<br>1 балл – неверно указаны теоремы, используемые при вычислении предела функции, или при вычислении предела допущена ошибка.<br>0 баллов – неверно указана теорема, используемая при вычислении предела функции, и неверно вычислен предел.<br>Контрольная работа 2. Контрольная работа состоит из 4 заданий на исследование функции на непрерывность.<br>Примеры заданий. Исследовать функцию на непрерывность и построить график в окрестности каждой точки разрыва.<br>Критерии оценки:<br>Каждое задание оценивается максимум 6 баллами.<br>6 баллов – 1. верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна;<br>2. верно определены точки разрыва (подозрительные на разрыв);<br>3-4. верно вычислены односторонние пределы при определении типа точек разрыва функции;<br>5. верно определён тип каждой точки разрыва;<br>6. верно изображён график функции в окрестности каждой точки разрыва.<br>5 баллов – выполнены 5 условий из 1-6 условий на 6 баллов; допущены ошибки при изображении графика функции в окрестности точек разрыва.<br>4 балла – выполнены 4 условия из 1-6 условий на 6 баллов; неверно определён тип точек разрыва и изображён график функции<br>3 балла – выполнены пункты 1-2; допущены небольшие вычислительные ошибки при нахождении односторонних пределов при определении типа точек разрыва функции и построении графика;<br>2 балла – выполнены пункты 1-2.<br>1 балл – верно определены тип функции и множество, на котором функция непрерывна;<br>0 баллов – не выполнено ни одно из условий на 6 баллов. | |
| Промежуточный контроль (количество баллов) | | 56 | 100 |
| **Текущий контроль по разделу «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»** | | | |
| 1 | Аудиторная работа | 1) Ведение конспектов лекций.<br>Критерии оценки: количество баллов пропорционально количеству лекций, максимальное количество баллов – 2.<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на лекции вопросы: приведены требуемые определения и теоремы (или есть указания об источнике | Тема:<br>Производная функции. Правила дифференцирования<br><br>Тема:<br>Производные функций, заданных параметрически и неявно. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | сведений).<br>1 балл – рассматриваемые на лекции вопросы отражены в конспекте на 70%.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов лекций баллы снижаются.<br>2) Ведение конспектов практических занятий.<br>Критерии оценки: количество баллов пропорционально количеству практических занятий, максимальное количество баллов – 2.<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на практических занятиях вопросы: приведены теоретические сведения (или есть указания об источнике сведений), верно решены все предложенные задачи.<br>1 балл – рассматриваемые на практическом занятии вопросы отражены в конспекте более чем на 50%.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов практических занятий баллы снижаются. | Дифференцирование показательно-степенной функции<br><br>Тема:<br>Основные теоремы дифференциального исчисления, правила Лопиталя<br><br>Тема:<br>Полное исследование функции средствами математического анализа<br><br>Тема:<br>Наибольшее и наименьшее значения функции<br><br>Тема:<br>Дифференциал функции и его применение<br><br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| 2 | Самостоятельная работа (обязательные формы) | 1) Выполнение домашних заданий<br>Критерий оценки: количество баллов пропорционально количеству домашних заданий, максимальное количество баллов – 3.<br>3 балла – в домашних заданиях верно выполнены все задачи;<br>1-2 балла – отсутствует часть заданий, или при решении задач допущены ошибки.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление домашних заданий баллы снижаются.<br>2) «Вычисление пределов с использованием правила Лопиталя»<br>Вычислить пределы функций с использованием правила Лопиталя.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – верно вычислены пределы числителя и знаменателя дроби, верно указан тип «неопределённости», верно найдены производные числителя и знаменателя дроби, верно найден предел заданной функции.<br>3 балла – верно указан тип «неопределённости», верно найдены производные | Тема:<br>Производная функции. Правила дифференцирования<br><br>Тема:<br>Производные функций, заданных параметрически и неявно. Дифференцирование показательно-степенной функции<br><br>Тема:<br>Основные теоремы дифференциального исчисления, правила Лопиталя<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | числителя и знаменателя дроби, верно вычислены пределы получившихся числителя и знаменателя дроби.<br>2 балла – верно указан тип «неопределённости», и верно найдены производные числителя и знаменателя дроби.<br>1 балл – верно вычислены пределы числителя и знаменателя дроби и верно указан тип «неопределённости».<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.<br>3) «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке»<br>Самостоятельная работа состоит из двух заданий:<br>1. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.<br>Критерий оценки:<br>3 балла – выполнена проверка, что функция непрерывна на заданном промежутке, и верно вычислена производная функции; верно найдены критические точки, попадающие в заданный отрезок; верно вычислены значения функции на концах отрезка и во внутренних критических точках, и из них выбраны наибольшее и наименьшее.<br>2 балла – выполнена проверка, что функция непрерывна на заданном промежутке, и верно вычислена производная функции; верно найдены критические точки, попадающие в заданный отрезок.<br>1 балл – выполнена проверка, что функция непрерывна на заданном промежутке, и верно вычислена производная функции.<br>0 баллов – не выполнен ни один из указанных выше критериев.<br>2. Решить практическую задачу на наибольшее и наименьшее значение функции.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – верно составлена математическая модель задачи (верно выбрана независимая переменная, составлена исследуемая на наибольшее и наименьшее значения функция, верно найден промежуток исследования); верно проведено исследование на указанном промежутке; сделан верный вывод о наличии наибольшего и наименьшего значений функции; верно найдено соответствующее значение функции; сделана верная интерпретация полученного результата.<br>3 балла – верно составлена математическая модель задачи; верно проведено исследование на указанном промежутке; сделан верный вывод о наличии наибольшего и наименьшего значений функции; верно найдено соответствующее значение функции.<br>2 балла – верно составлена математическая модель задачи (верно выбрана независимая переменная, составлена исследуемая на наибольшее и наименьшее значения функция, верно найден промежуток исследования); верно проведено | интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | исследование на указанном промежутке; сделан верный вывод о наличии наибольшего и наименьшего значений функции.<br>1 балл – верно составлена математическая модель задачи (верно выбрана независимая переменная, составлена исследуемая на наибольшее и наименьшее значения функция, верно найден промежуток исследования);<br>0 баллов – не выполнен ни один из указанных выше критериев. | |
| 3 | Самостоятельная работа (на выбор) | 1) Индивидуальное задание на тему «Дифференцирование показательно-степенной функции и функций, заданных параметрически и неявно.<br>1. Найти производную показательно-степенной функции.<br>2. Найти производную функции, заданной неявно.<br>3. Найти производную функции, заданной параметрически.<br>Критерий оценки: каждое задание оценивается максимум 2 балла.<br>2 балла – указаны применяемые формулы, производная найдена верно, преобразования проведены верно;<br>1 балл – допущены ошибки при преобразованиях или записи ответа;<br>0 баллов – производная найдена неверно. | Тема:<br>Полное исследование функции средствами математического анализа<br><br>Тема:<br>Наибольшее и наименьшее значения функции<br><br>Тема:<br>Дифференциал функции и его применение<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Контрольное мероприятие по разделу | | 1) Контрольная работа.<br>Контрольная работа состоит из 18 заданий на вычисление производной функции. Каждое задание оценивается 2 баллами<br>2 балла - верно найдена производная функции, верно проведены преобразования над полученным выражением.<br>1 балл – верно применены правила дифференцирования, допущены ошибки при преобразовании производной.<br>0 баллов – неверно найдена производная функции.<br>2) Индивидуальное задание.<br>Индивидуальное задание включает 3 задания: провести полное исследование функции и построить её график. | Тема:<br>Дифференциал функции и его применение<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и |

| | | |
|---|---|---|
| | Критерии оценивания каждого задания:<br>8 баллов – 1. верно найдена область определения функции;<br>2. верно проведено исследование на чётность/ нечётность и периодичность;<br>3. верно сделан вывод о наличии вертикальных асимптот;<br>4. верно сделан вывод о наличии невертикальных (горизонтальных и наклонных) асимптот;<br>5. верно проведено исследование на монотонность и экстремумы;<br>6. верно найдены промежутки выпуклости/ вогнутости графика и<br>7. верно записаны уравнения касательных в каждой точке перегиба; верно найдены точки пересечения графика с осями координат;<br>8. верно построен график функции.<br>7 баллов – верно выполнено 7 пунктов из вышеуказанных 8.<br>6 баллов – верно выполнено 6 пунктов из вышеуказанных 8.<br>5 баллов – верно выполнено 5 пунктов из вышеуказанных 8.<br>4 балла – верно выполнено 4 пункта из вышеуказанных 8.<br>3 балла – верно выполнено 3 пункта из вышеуказанных 8.<br>2 балла – верно выполнено 2 пункта из вышеуказанных 8.<br>1 балл – верно выполнен 1 пункт из вышеуказанных 8.<br>0 баллов - не выполнено ни одно из условий 1-8. | доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Промежуточный контроль (количество баллов) | 56 | 100 |
| Промежуточная аттестация | Представлены в фонде оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине | |

Балльно-рейтинговая карта дисциплины «Математический анализ»

Курс 2 Семестр 3-4

| Вид контроля | | Минимальное количество баллов | Максимальное количество баллов |
|---|---|---|---|
| **Наименование раздела «Интегральное исчисление функций одной переменной»** | | | |
| Текущий контроль по разделу: | | | |
| 1. | Аудиторная работа: | 1 | 2 |
| 2 | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы) | 7 | 15 |
| 3 | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | 6 | 10 |
| Контрольное мероприятие по разделу: | | 18 | 31 |
| Промежуточный контроль | | 32 | 58 |
| **Наименование раздела «Ряды»** | | | |
| Текущий контроль по разделу: | | | |
| 1. | Аудиторная работа: | 6 | 12 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2. | Самостоятельная работа (специальные обязательные формы) | 1 | 3 |
| 3. | Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | 3 | 5 |
| Контрольное мероприятие по разделу: | | 14 | 22 |
| Промежуточный контроль | | 24 | 42 |
| Промежуточная аттестация | | | |
| Итого: | | 56 | 100 |

| Вид контроля | Перечень или примеры заданий, критерии оценки и количество баллов | Темы для изучения и образовательные результаты |
|---|---|---|
| **Текущий контроль по разделу «Интегральное исчисление функций одной переменной»** | | |
| Аудиторная работа | 1) Ведение конспектов лекций<br>Критерии оценки:<br>количество баллов пропорционально количеству лекций, максимальное количество баллов – 2.<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на лекции вопросы: приведены требуемые определения и теоремы (или есть указания об источнике сведений).<br>1 балл – рассматриваемые на лекции вопросы отражены в конспекте на 70%.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов лекций баллы снижаются. | Тема:<br>Первообразная и неопределённый интеграл<br>Тема:<br>Интегрирование рациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование иррациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование тригонометрических функций<br>Тема:<br>Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления<br>Тема:<br>Геометрические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Механические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Несобственные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического |

| | | |
|---|---|---|
| | | анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Самостоятельная работа (специальные обязательные формы) | 1) «Таблица интегралов»<br>Воспроизвести правую часть формулы из таблицы интегралов элементарных функций. Самостоятельная работа состоит из 5 заданий.<br>Критерий оценки:<br>Каждое задание оценивается 1 баллом.<br>1 балл – формула воспроизведена верно,<br>0 баллов – формула воспроизведена неверно.<br>2) «Замена переменной в неопределённом интеграле»<br>Примеры заданий. Вычислить неопределённый интеграл $\int x(x^2+4)^5 dx$ методом замены переменной.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – 1. верно выполнена замена,<br>2. верно записан интеграл относительно новой переменной интегрирования,<br>3. верно вычислен интеграл относительно новой переменной,<br>4. верно выполнена обратная замена переменной, верно записан ответ.<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных 4.<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных 4.<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных 4<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.<br>3) «Интегрирование по частям в неопределённом интеграле»<br>Примеры заданий. Вычислить интеграл $\int (x+1)e^x dx$ методом интегрирования по частям.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – 1. верно выбраны в исходном интеграле $u$ и $dv$,<br>2. верно найдены $du$ и $v$,<br>3. верно применена формула интегрирования по частям,<br>4. верно вычислен полученный интеграл, верно записан ответ.<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных 4.<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных 4.<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных 4.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.<br>4) «Интегрирование дробно-рациональных функций»<br>Примеры заданий. Вычислить интеграл $\int \frac{3x+2}{2x^2+4x+1} dx$.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – 1. верно проведены преобразования подынтегральной функции,<br>2. верно получены промежуточные интегралы, | Тема:<br>Первообразная и неопределённый интеграл<br>Тема:<br>Интегрирование рациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование иррациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование тригонометрических функций<br>Тема:<br>Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления<br>Тема:<br>Геометрические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Механические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Несобственные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | 3. верно найдены промежуточные интегралы,<br>4. верно проведены преобразования полученного выражения, верно записан ответ.<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных 4.<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных 4.<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных 4.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.<br>5) «Интегрирование иррациональных функций»<br>Примеры заданий. Вычислить интеграл $\int \frac{3x\sqrt{x}-2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}}dx$.<br>Критерий оценки:<br>4 балла – 1. верно выбрана рационализирующая подстановка,<br>2. верно записан интеграл относительно новой переменной интегрирования,<br>3. верно вычислен интеграл относительно новой переменной,<br>4. верно выполнена обратная замена переменной, верно записан ответ.<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных 4<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных 4.<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных 4.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий.<br>6) «Вычисление площади плоской фигуры».<br>Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми.<br>Критерий оценки:<br>3 балла – верно указаны линии, ограничивающие фигуру, площадь которой нужно найти, верно изображена фигура, верно приведена формула, применяемая для вычисления площади рассматриваемой фигуры, верно проведены преобразования в ходе вычисления определённого интеграла; верно проведены вычисления.<br>2 балла – верно указаны линии, ограничивающие фигуру, площадь которой нужно найти, верно изображена фигура, верно приведена формула, применяемая для вычисления площади рассматриваемой фигуры, допущена ошибка при проведении преобразований или в ходе вычисления определённого интеграла;<br>1 балл – верно указаны линии, ограничивающие фигуру, площадь которой нужно найти, верно изображена фигура, верно приведена формула, применяемая для вычисления площади рассматриваемой фигуры, преобразованиях и вычислениях определённого интеграла.<br>баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>7) «Несобственные интегралы».<br>Примеры заданий:<br>1. Исследовать на сходимость несобственный интеграл первого рода.<br>2. Исследовать на сходимость несобственный интеграл второго рода.<br>Каждое задание оценивается максимум 3 баллами<br>Критерий оценки: | |

| | | |
|---|---|---|
| | 3 балла – верно установлен тип несобственного интеграла, верно указан промежуток, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода верно определены особые точки, верно применена формула вычислении несобственного интеграла (верно вычислен определённый интеграл, верно вычислен соответствующий предел от него), получен верный результат, сделан верный вывод о сходимости или расходимости несобственного интеграла.<br>2 балла – верно установлен тип несобственного интеграла, верно указан промежуток, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода верно определены особые точки, верно применена формула вычислении несобственного интеграла (верно вычислен определённый интеграл, верно вычислен соответствующий предел от него), получен верный результат, сделан неверный вывод о сходимости или расходимости несобственного интеграла.<br>1 балл - верно установлен тип несобственного интеграла, допущены ошибки при указании промежутка, на котором непрерывна подынтегральная функция, для несобственного интеграла второго рода допущены ошибки при определении особых точек, при применении формулы вычисления несобственного интеграла допущены ошибки.<br>0 баллов - не выполнен ни один из указанных выше критериев.<br>8) Альбом кривых<br>В альбоме кривых построить линии:<br>1. Цепная линия $y = \frac{a}{2}\left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}\right)$;<br>2. Циклоида $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$<br>3. Астроида $\begin{cases} x = a\cos^3 t\,, \\ y = a\sin^3 t\,. \end{cases}$<br>4. Эвольвента круга $\begin{cases} x = a(t \cdot \sin t + \cos t), \\ y = a(\sin t - t \cdot \cos t). \end{cases}$<br>5. Эллипс $\begin{cases} x = a\cos t\,, \\ y = b\sin t\,. \end{cases}$<br>6. Лемниската Бернулли $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.<br>7. Спираль Архимеда $\rho = a \cdot \varphi$.<br>8. Логарифмическая спираль $\rho = a \cdot e^{n\varphi}$.<br>9. Кардиоида $\rho = a(1 + \cos\varphi)$ и $\rho = a(1 - \cos\varphi)$.<br>10. Трехлепестковая роза $\rho = a \cdot \cos 3\varphi$ и $\rho = a \cdot \sin 3\varphi$<br>11. Четырехлепестковая роза $\rho = a \cdot \cos 2\varphi$ и $\rho = a \cdot \sin 2\varphi$.<br>Критерии оценки:<br>5 баллов – все кривые построены точно, расположенные в одной системе координат графики различных функций чётко различаются.<br>4 балла – 8-10 кривых построены точно, расположенные в одной системе координат кривые | |

| | | |
|---|---|---|
| | чётко различаются.<br>3 балла – 5-7 кривых построены точно, расположенные в одной системе координат кривые чётко различаются.<br>2 балла – 3-4 кривые построены точно, расположенные в одной системе координат кривые чётко различаются.<br>1 балл – 1-2 кривые построены точно, расположенные в одной системе координат кривые чётко различаются.<br>0 баллов – построенные кривые не удовлетворяет вышеуказанным критериям | |
| Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | «Интегрирование тригонометрических функций».<br>Вычислить интеграл $\int sin^2 x\, cos^2 x\, dx$.<br>Критерий оценки:<br>4 балла –<br>1-2. верно выбран метод интегрирования, верно произведено преобразование подынтегрального выражения с учётом выбранного метода,<br>3-4. верно вычислены промежуточные интегралы, верно записан ответ.<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных 4.<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных 4.<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных 4.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий. | Тема:<br>Первообразная и неопределённый интеграл<br>Тема:<br>Интегрирование рациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование иррациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование тригонометрических функций<br>Тема:<br>Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления<br>Тема:<br>Геометрические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Механические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Несобственные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач |

| | | |
|---|---|---|
| | | математического анализа |
| Контрольное мероприятие по разделу | Коллоквиум №1.<br>Примерная программа коллоквиума<br>1. Понятие первообразной функции. Свойства первообразной.<br>2. Определение неопределённого интеграла и его свойства. Теорема существования неопределенного интеграла.<br>3. Методы интегрирования. Непосредственное интегрирование. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.<br>4.Вывод формул<br>$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C,\ \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} ln \left\lvert \frac{x-a}{x+a} \right\rvert + C,$<br>$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = arcsin \frac{x}{a} + C,\ \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+A}} = ln\lvert x + \sqrt{x^2+A} \rvert + C.$<br>5. Метод интегрирования по частям. Два случая применения.<br>Рекуррентная формула.<br>6. Вывод формулы $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} arcsin \frac{x}{a} + C.$<br>7. Простейшие рациональные дроби (4 типа). Интегрирование простейших рациональных дробей.<br>8. Интегрирование дробно-рациональной функции общего вида. Теорема о разложении дроби на сумму простейших дробей. Нахождение коэффициентов разложения.<br>9. Интегрирование иррациональных функций. Интегралы вида $\int R\left(x, x^{\frac{m_1}{n_1}}, x^{\frac{m_2}{n_2}}, .., x^{\frac{m_k}{n_k}}\right) dx,$<br>$\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_1}{n_1}}, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_2}{n_2}}, \ldots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m_k}{n_k}}\right) dx.$<br>10. Подстановки Эйлера в интегралах вида $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)dx$. Частные случаи.<br>11. Интегрирование биноминального дифференциала. Подстановки Чебышёва.<br>12. Интегрирование тригонометрических функций $\int R(sin\, x, cos\, x)dx$ . Универсальная подстановка.<br>13. Интегрирование тригонометрических функций. Частные случаи.<br>Практика: вычислить неопределённый интеграл.<br>Критерии оценки:<br>10 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи. | Тема:<br>Первообразная и неопределённый интеграл<br>Тема:<br>Интегрирование рациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование иррациональных функций<br>Тема:<br>Интегрирование тригонометрических функций<br>Тема:<br>Определённый интеграл и его свойства. Основные методы вычисления<br>Тема:<br>Геометрические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Механические приложения определённого интеграла<br>Тема:<br>Несобственные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | 4-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>0-3 балла - приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.<br>Контрольная работа №1.<br>Контрольная работа состоит из 7 заданий на вычисление неопределённого интеграла.<br>Критерии оценки:<br>Каждое задание оценивается максимум 3 баллами.<br>3 балла – верно выбрана формула для вычисления интеграла, верно проведены преобразования при вычислении интеграла, получен верный результат;<br>2 балла – верно выбрана формула для вычисления интеграла, при проведении преобразований допущены одна негрубая ошибка;<br>1 балл – неверно выбрана формула для вычисления интеграла, или при проведении вычислений допущена грубая ошибка;<br>0 баллов – неверно выбрана формула для вычисления интеграла, и вычисление интеграла содержит ряд серьёзных ошибок.<br>Коллоквиум №2<br>Примерная программа коллоквиума:<br>1. Понятие интегральной суммы и определённого интеграла.<br>2. Необходимое условие интегрируемости. Замечание с примером.<br>3. Геометрический смысл определённого интеграла.<br>4. Теорема существования определённого интеграла.<br>5. Свойства определённого интеграла.<br>6. Определённый интеграл как функция переменного верхнего предела.<br>7. Формула Ньютона-Лейбница.<br>8. Замена переменной в определённом интеграле.<br>9. Интегрирование по частям в определённом интеграле.<br>10. Интеграл от чётной и нечётной функции по симметричному промежутку.<br>11. Вычисление площадей плоских фигур посредством определённого интеграла.<br>12. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.<br>13. Достаточное условие спрямляемости дуги.<br>14. Объём тела с известным поперечным сечением.<br>15. Объём тела вращения.<br>16. Площадь поверхности вращения.<br>Практика: решить задачу с использованием определённого интеграла.<br>Критерии оценки:<br>10 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых | |

| | | |
|---|---|---|
| | доказательств вопроса билета, задача решена верно.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.<br>4-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>0-3 балла – приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно<br>Примеры заданий:<br>1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, уравнения которых заданы.<br>2а. Фигура, ограниченная кривыми с заданными уравнениями, вращается вокруг оси абсцисс. Вычислить объём тела, которое при этом получается.<br>2б. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением линии вокруг оси абсцисс (полярной оси).<br>2в. Вычислить длину дуги.<br>3а. Вычислить статистический момент фигуры (линии) относительно координатной оси.<br>3б. Найти координаты центра тяжести фигуры (линии).<br>Каждое задание оценивается максимум 4 баллами.<br>Критерии оценки:<br>4 балла – верно выполнен рисунок, верно выбрана формула для нахождения результата, верно выбраны формула и метод интегрирования, применяемые в задаче, в случае метода замены переменной верно заменены пределы интегрирования, верно вычислен интеграл.<br>3 балла – допущены негрубые ошибки при выполнении рисунка, верно выбрана формула для нахождения результата, верно выбрана формула и метод интегрирования, применяемый в задаче, при вычислении интеграла допущены негрубые ошибки.<br>2 балла – допущены ошибки при выполнении рисунка или выборе формулы для нахождения результата, метода интегрирования, применяемого в задаче, или при вычислении интеграла.<br>1 балл – неверно выполнен рисунок или неверно выбрана формула для нахождения результата, допущены ошибки при выборе метода интегрирования или формулы, или при вычислении интеграла допущены грубые ошибки.<br>0 баллов – не выполнен ни один из указанных выше критериев. | |
| Промежуточный контроль (кол-во баллов) | 32 | 58 |
| **Текущий контроль по разделу «Ряды»** | | |
| Аудиторная работа | 1) Ведение конспектов лекций<br>Критерии оценки:<br>количество баллов пропорционально количеству лекций, максимальное количество баллов – | Тема:<br>Числовые ряды, основные понятия |

| | | |
|---|---|---|
| | 2.<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на лекции вопросы: приведены требуемые определения и теоремы (или есть указания об источнике сведений).<br>1 балл – рассматриваемые на лекции вопросы отражены в конспекте на 70%.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов лекций баллы снижаются. | Тема:<br>Достаточные признаки сходимости для положительных рядов<br><br>Тема:<br>Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость<br><br>Тема:<br>Функциональные ряды. Степенные ряды<br><br>Тема:<br>Ряды Фурье<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Самостоятельная работа (обяз.) | 1) . Признаки сравнения для положительных рядов».<br>Исследовать ряд на сходимость, используя признаки сравнения числовых рядов с положительными членами.<br>Критерии оценки:<br>3 балла – правильно выбран признак сравнения сходимости ряда, правильно подобран ряд для сравнения, исследование проведено верно, и сделан правильный вывод о сходимости ряда,<br>2 балла – правильно выбран признак сходимости ряда, правильно подобран ряд для сравнения, исследование проведено с незначительными ошибками, и сделан правильный вывод о сходимости ряда,<br>1 балл – допущены ошибки при выборе признака сходимости ряда и подборе ряда для сравнения, или правильно выбран признак сходимости ряда, правильно подобран ряд для сравнения, исследование проведено с незначительными ошибками, и сделан неправильный | Тема:<br>Числовые ряды, основные понятия<br><br>Тема:<br>Достаточные признаки сходимости для положительных рядов<br><br>Тема:<br>Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость<br><br>Тема:<br>Функциональные ряды. Степенные ряды |

| | | |
|---|---|---|
| | вывод о сходимости ряда,<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>2) «Признаки Даламбера и Коши для положительных рядов».<br>Исследовать ряды на сходимость, используя признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов с положительными членами.<br>Критерии оценки:<br>Каждое задание оценивается максимум 3 баллами<br>3 балла –<br>1. верно выбран признак сходимости ряда,<br>2. верно вычислен необходимый для признака предел,<br>3. сделан верный вывод о сходимости ряда,<br>2 балла – выполнено 2 пункта из трёх вышеуказанных,<br>1 балл – выполнен 1 пункт из трёх вышеуказанных,<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>3) «Интегральный признак сходимости положительных рядов».<br>Исследовать ряд на сходимость, используя интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.<br>Критерии оценки:<br>4 балла –<br>1. верно подобрана функция $f(x)$ и проверены условия применимости интегрального признака сходимости,<br>2-3. верно проведено исследование несобственного интеграла,<br>4. сделан верный вывод о сходимости ряда,<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных,<br>2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных,<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных,<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>4) «Исследование на сходимость знакочередующегося ряда»<br>Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную/ условную сходимость.<br>Критерии оценки:<br>4 балла –<br>1. верно проверены условия выполнимости признака Лейбница (сходимости знакочередующегося ряда);<br>2. сделан верный вывод о сходимости знакочередующегося ряда по признаку Лейбница,<br>3. верно проведено исследование абсолютного ряда,<br>4. сделан верный вывод об условной или абсолютной сходимости ряда на основании исследования на сходимость абсолютного ряда;<br>3 балла – выполнено 3 пункта из вышеуказанных, | Тема:<br>Ряды Фурье<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | 2 балла – выполнено 2 пункта из вышеуказанных,<br>1 балл – выполнен 1 пункт из вышеуказанных,<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>5) «Отыскание области сходимости степенного ряда»<br>Найти область сходимости степенного ряда.<br>Критерии оценки:<br>5 баллов – осуществлён переход к числовому ряду, исследован числовой ряд с произвольными членами, найден интервал сходимости степенного ряда, ряд исследован верно на обоих концах интервала сходимости, найдена область сходимости степенного ряда.<br>4 балла – осуществлён переход к числовому ряду, исследован числовой ряд с произвольными членами, найден интервал сходимости степенного ряда, ряд исследован верно на одном конце интервала сходимости степенного ряда.<br>3 балла – осуществлён переход к числовому ряду, исследован числовой ряд с произвольными членами, найден интервал сходимости степенного ряда.<br>2 балла – осуществлен переход к числовому ряду, допущены ошибки при исследовании числового ряда с произвольными членами.<br>1 балл – осуществлён переход к числовому ряду.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>6) Индивидуальное задание состоит из задач для двух функций:<br>1. Данную функцию $f(x)$ на заданном промежутке разложить в ряд Фурье (указано, по каким функциям).<br>2. Построить графики $f(x)$ и суммы ряда $S(x)$.<br>3. Вычислить значения $S(x)$ в указанных точках.<br>Критерии оценки:<br>Задание для каждой функции оценивается максимум 8 баллами:<br>8 баллов – верно выполнены все задания, при отчёте объяснены все требуемые вычисления.<br>6-7 баллов – выполнено правильно 75% работы. Более высокий балл достигается выполнением работы над ошибками и частичным переписыванием задач работы по выбору преподавателя.<br>4-5 баллов – выполнено правильно 50% работы. Более высокий балл достигается частичным переписыванием задач контрольной работы по выбору преподавателя и выполнением работы над ошибками.<br>2-3 балла – выполнено правильно 25 % работы. Более высокий балл достигается полным переписыванием работы и выполнением работы над ошибками.<br>1 балл – выполнено правильно 10% работы. Работа требует полного переписывания по другому варианту.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>При полностью правильном выполненном индивидуальном задании, но отсутствии устного | |

| | | |
|---|---|---|
| | отчёта по работе выставляется максимально 5 баллов. | |
| Самостоятельная работа<br>(специальные формы на выбор) | Доклад на одну из предложенных тем:<br>1. История возникновения теории рядов и её основных понятий.<br>2. Исследование сходимости положительных числовых рядов с помощью признаков Раабе, Куммера, Гаусса, Ермакова.<br>3. Исследование сходимости произвольных числовых рядов с помощью признаков Абеля, Дирихле.<br>4. Решение задач на почленное интегрирование и на почленное дифференцирование функциональных рядов.<br>5. Аналитическое определение тригонометрических функций.<br>6. Деление степенных рядов.<br>7. Решение уравнений рядами.<br>8. Ряд Лагранжа.<br>9. Применение метода Фурье в задачах математической физики.<br>10. Интеграл Фурье и его применение в задачах математической физики.<br>11. Понятие интеграла Фурье как предельного случая ряда Фурье.<br>12.Преобразование Фурье.<br>Критерий оценки:<br>5 баллов – представленный доклад полностью соответствует заявленной теме, оформлен аккуратно, грамотно, в соответствии с правилами, сопровождается презентацией, иллюстрирующей текст доклада.<br>1-4 балла – допущены нарушения в критериях на 5 баллов.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из условий, указанных выше.<br>Подготовка презентации на одну из предложенных тем:<br>1. Понятие ряда. Понятие частичной суммы ряда, суммы ряда. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости.<br>2. Свойства рядов.<br>3. Признаки сравнения.<br>4. Признак Даламбера.<br>5. Признак Коши.<br>6. Интегральный признак сходимости.<br>7. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды. Абсолютная сходимость ряда, условная сходимость ряда.<br>8. Признак Лейбница.<br>9.Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда.<br>10. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов внутри интервала сходимости. | Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | 11. Разложение функции в степенной ряд в окрестности точки. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена.<br>12. Приближённые вычисления с помощью функциональных рядов.<br>13. Понятие тригонометрического ряда Фурье.<br>14. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье.<br>Критерий оценки:<br>10 баллов:<br>1. Количество слайдов соответствует содержанию и продолжительности выступления, наличие титульного слайда.<br>2. Цвет фона гармонирует с цветом текста, размер шрифта оптимальный, всё отлично читается. Все страницы выдержаны в едином стиле.<br>3. Ключевые слова в тексте выделены.<br>4. Анимация присутствует только в тех местах, где она уместна и усиливает эффект восприятия текстовой части информации. Звуковой фон (если он есть) соответствует единой концепции и усиливает эффект восприятия текстовой части информации<br>5. Гиперссылки выделены и имеют разное оформление до и после посещения кадра. Все ссылки работают.<br>6. Содержание является строго научным. Информация является актуальной.<br>7. Презентация содержит полную, понятную информацию по теме, теоретический текст сопровождается примерами,<br>8. Орфографические, пунктуационные, стилистические ошибки отсутствуют, формулы набраны в формульном редакторе.<br>9. Иллюстрации усиливают эффект восприятия текстовой части информации<br>10. Выступающий свободно владеет содержанием, ясно и грамотно излагает материал, свободно и корректно отвечает на вопросы и замечания аудитории.<br>1-9 баллов – выполнено соответствующее число условий из вышеуказанных.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из вышеуказанных условий. | |
| Контрольное мероприятие по разделу | Коллоквиум<br>Примерная программа коллоквиума<br>1. Числовые ряды. Сумма ряда. Понятие сходящихся и расходящихся рядов. «Эталонные» числовые ряды.<br>2. Необходимый признак сходимости ряда. Действия над рядами. Остаток ряда и его свойства.<br>3. Ряды с положительными членами, их свойства.<br>4. Достаточные признаки сходимости для рядов с положительными членами: теорема сравнения, предельная теорема сравнения, признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Примеры на все признаки.<br>5. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. | Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач |

| | | |
|---|---|---|
| | 6. Достаточные признаки сходимости для рядов с произвольными членами.<br>7. Функциональные ряды. Равномерная и неравномерная сходимость ряда.<br>8. Достаточный признак равномерной сходимости ряда (признак Вейерштрасса).<br>9. Непрерывность суммы ряда. Интегрирование и дифференцирование рядов.<br>10. Степенные ряды. Интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов внутри интервала сходимости. Отыскание интервала сходимости.<br>11. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена.<br>12. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора.<br>13. Применение рядов к приближённым вычислениям.<br>Практическая часть – задача.<br>Критерии оценки:<br>10 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.<br>4-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>0-3 балла – приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.<br>Контрольная работа.<br>Контрольная работа состоит из 7 заданий на исследование на сходимость числового ряда.<br>Критерии оценки:<br>Каждое задание оценивается максимум 4 баллами.<br>4 балла – верно выбран признак сходимости, верно проведены рассуждения, соответствующие выбранному признаку, верно сделан вывод о сходимости ряда;<br>3 балла – верно указан признак сходимости, проведённые рассуждения, соответствующие выбранному признаку, содержат незначительную ошибку, верно сделан вывод о сходимости ряда;<br>2 балла – верно указан признак сходимости, верно проведены рассуждения, соответствующие выбранному признаку, неверно сделан вывод о сходимости ряда;<br>1 балл – верно указан признак сходимости, допущена ошибка при проведении рассуждений, соответствующих выбранному признаку и при выводе о сходимости ряда;<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий<br>Тест «Числовые и функциональные ряды»<br>Тест содержит 10 вопросов по темам «Числовые ряды» и «Степенные ряды». | математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | Критерий оценки: каждый правильный ответ оценивается 1 баллом. | |
| Промежуточный контроль (кол-во баллов) | 24 | 42 |
| Промежуточная аттестация | Представлены в фонде оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине | |

Балльно-рейтинговая карта дисциплины «Математический анализ»

Курс 3 Семестр 5

| Вид контроля | Перечень или примеры заданий, критерии оценки и количество баллов | Темы для изучения и образовательные результаты |
|---|---|---|
| **Текущий контроль по разделу «Функции многих переменных»** | | |
| Аудиторная работа | Функции многих переменных и их свойства/Ср/<br>Двойные интегралы. Криволинейные интегралы/Ср/<br>Критерии оценки: количество баллов пропорционально количеству лекций, максимальное количество баллов – 2.<br>2 балла – в конспектах чётко отражены рассматриваемые на лекции вопросы: приведены требуемые определения и теоремы (или есть указания об источнике сведений).<br>1 балл – рассматриваемые на лекции вопросы отражены в конспекте на 70%.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление конспектов лекций баллы снижаются. | Тема:<br>N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия<br><br>Тема:<br>Дифференцируемость функций многих переменных<br><br>Тема:<br>Неявные функции<br><br>Тема:<br>Локальные и глобальные экстремумы<br>Тема:<br>Кратные интегралы<br><br>Тема:<br>Криволинейные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | | - работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Самостоятельная работа (обяз.) | 1) Область существования функции двух переменных<br>Найти, построить и охарактеризовать область существования функции двух переменных.<br>Критерии оценки:<br>5 баллов - 1. верно определён класс заданной функции,<br>2. верно выписаны все соотношения, задающие область определения функции,<br>3. верно решены неравенства, задающие область определения функции,<br>4. верно изображена область определения;<br>5. верно охарактеризована область определения функции.<br>1 – 4 балла – верно выполнено соответствующее количество пунктов из критерия на 5 баллов.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из пяти указанных условий.<br>2) «Площадь плоской фигуры»<br>Найти площадь фигуры, ограниченной линиями<br>Критерий оценки:<br>5 баллов –<br>1. верно изображена фигура, площадь которой нужно найти,<br>2. верно указаны границы фигуры и их расположение,<br>3. верно определён тип области интегрирования и записан переход от двойного интеграла к повторному,<br>4. верно вычислен внутренний интеграл,<br>5. верно вычислен итоговый (определённый) интеграл<br>1-4 балла – верно выполнено соответствующее количество пунктов из критерия на 5 баллов.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>3) «Криволинейные интегралы»<br>Контрольная работа состоит из двух задач на отыскание криволинейных интеграла. Задача оценивается максимум в 5 баллов<br>Критерий оценки.<br>1. верно записано уравнение кривой, по которой происходит интегрирование;<br>2-3. верно выполнен рисунок;<br>4-5. верно записано подынтегральное выражение в зависимости от способа задания кривой;<br>6-7. верно осуществлён переход от криволинейного интеграла к определённому | Тема:<br>N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия<br><br>Тема:<br>Дифференцируемость функций многих переменных<br><br>Тема:<br>Неявные функции<br><br>Тема:<br>Локальные и глобальные экстремумы<br>Тема:<br>Кратные интегралы<br><br>Тема:<br>Криволинейные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | интегралу;<br>8-9. верно вычислен интеграл;<br>10. верно записан ответ<br>4) Домашнее задание<br>Критерий оценки: количество баллов пропорционально количеству домашних заданий, максимальное количество баллов – 3.<br>3 балла – в домашних заданиях верно выполнены все задачи;<br>1-2 балла – отсутствует часть заданий, или при решении задач допущены ошибки.<br>0 баллов – не выполнены указанные выше условия.<br>За несвоевременное предоставление домашних заданий баллы снижаются. | |
| Самостоятельная работа (специальные формы на выбор) | «Частные производные функции двух переменных»<br>Найти частные производные первого и второго порядков функции двух переменных.<br>Критерии оценки:<br>5 баллов - верно найдены все частные производные первого и второго порядков,<br>4 балла – верно найдены частные производные первого порядка и две частные производные второго порядка<br>3 балла – верно найдены частные производные первого порядка и одна частная производная второго порядка<br>2 балла – верно найдены частные производные первого порядка<br>1 балл – верно найдена одна частная производная первого порядка.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из пяти указанных условий. | Тема:<br>N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия<br><br>Тема:<br>Дифференцируемость функций многих переменных<br><br>Тема:<br>Неявные функции<br><br>Тема:<br>Локальные и глобальные экстремумы<br>Тема:<br>Кратные интегралы<br><br>Тема:<br>Криволинейные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | | Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |
| Контрольное мероприятие по разделу | 1) Коллоквиум<br>Примерная программа коллоквиума<br>1. Основные понятия и определения теории множеств. N-мерное евклидово пространство. Предельные, внутренние, граничные точки множества. Открытое, замкнутое, ограниченное множество. Область.<br>2. Понятие функции n переменных. Область существования функции нескольких переменных.<br>3. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.<br>4. Частные производные функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков. Дифференцируемая функция.<br>5. Необходимое условие дифференцируемости функции.<br>6. Достаточное условие дифференцируемости функции.<br>7. Дифференциал функции двух переменных. Применение дифференциала к приближённым вычислениям.<br>8. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциалы высших порядков.<br>9. Производная сложной функции нескольких переменных.<br>10. Неявная функция одной переменной. Теорема о существовании неявной функции одной переменной.<br>11. Неявная функция двух переменных. Теорема о существовании неявной функции двух переменных.<br>12. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие существования экстремума.<br>13. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.<br>14. Понятие двойного интеграла. Существование двойных интегралов и их свойства.<br>15. Вычисление двойных интегралов по прямоугольным областям. Теорема о вычислении двойного интеграла по прямоугольной области.<br>16. Понятие нормальных областей первого и второго типа. Теоремы о вычислении двойного интеграла по нормальной области первого и второго типа.<br>17. Геометрические приложения двойных интегралов.<br>18. Механические приложения двойных интегралов.<br>19. Понятие криволинейного интеграла первого рода. Теорема существования криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода в зависимости от способа задания уравнения кривой Г.<br>20. Понятие криволинейного интеграла второго рода. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Теорема существования криволинейного интеграла второго рода. | Тема:<br>N-мерное пространство. Основные теоретико-множественные понятия<br><br>Тема:<br>Дифференцируемость функций многих переменных<br><br>Тема:<br>Неявные функции<br><br>Тема:<br>Локальные и глобальные экстремумы<br>Тема:<br>Кратные интегралы<br><br>Тема:<br>Криволинейные интегралы<br><br>Результаты обучения:<br>Знает:<br>- этапы решения задачи из различных разделов математического анализа (теории пределов функций, дифференциального исчисления, интегрального исчисления функций одной и многих переменных, рядов).<br>Умеет:<br>- определять порядок действий при решении задачи исходя из её анализа<br>- работать с теоретическим материалом по теме задачи; пользоваться математической символикой и терминологией при решении задач и доказательстве теорем математического анализа<br>Выбирает целесообразный метод решения задач математического анализа |

| | | |
|---|---|---|
| | 21. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Формула Грина.<br>22. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. 23. Криволинейный интеграл как функция точки. Теорема об эквивалентности четырех предложений.<br>Практическая часть – задача.<br>Критерии оценки:<br>10 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.<br>4-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>0-3 балла – приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.<br>2) Практика: задача по одной из вышеуказанных тем.<br>Критерии оценки:<br>10 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета коллоквиума; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета, задача решена верно.<br>7-9 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений, указанных в вопросе билета; приведена верная последовательность всех шагов требуемых доказательств вопроса билета; допустимы негрубые ошибки в рассуждениях доказательства или решения задачи.<br>4-6 баллов – приведены чёткие и правильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, в решении задачи допущены негрубые ошибки.<br>0-3 балла – приведены нечёткие или неправильные формулировки определений и теорем, указанных в вопросе билета коллоквиума, задача решена неверно.<br>3) Контрольная работа<br>Контрольная работа состоит из 4 заданий:<br>1. Найти частные производные первого порядка сложной функции двух переменных.<br>2. Доказать, что функция удовлетворяет соотношению, содержащему частные производные.<br>3. Определить, задаёт ли уравнение неявную функцию в окрестности точки, и найти | |

| | | |
|---|---|---|
| | производную этой функции.<br>4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.<br>Критерий оценивания.<br>Первое задание оценивается максимум 6 баллами.<br>6 баллов – верно найдены частные производные заданной функции по промежуточным переменным, верно найдены частные производные промежуточных функций по независимым переменным, верно найдены частные производные заданной функции по независимым переменным с использованием соответствующих формул;<br>4-5 баллов – допущена одна ошибка при вычислении частных производных заданной функции по промежуточным переменным или при нахождении производных промежуточных функций по независимым переменным;<br>2-3 балла – допущено 2 ошибки при вычислении частных производных заданной функции по промежуточным переменным или при нахождении производных промежуточных функций по независимым переменным;<br>1 балл – верно найдена только одна из частных производных, требуемых для формулы вычисления частной производной заданной функции.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>Второе задание оценивается максимум 6 баллами.<br>6 баллов – верно найдены требуемые в соотношении производные, верно найденные значения подставлены в заданное соотношение, верно проведены преобразования, получено верное равенство, сделан верный вывод;<br>4-5 баллов – верно найдены требуемые в соотношении производные, верно найденные значения подставлены в заданное соотношение, допущена ошибка при проведении преобразований и/ или сделан неверный вывод;<br>1-3 балла – допущены ошибки при вычислении требуемых в соотношении производных или при проведении преобразований;<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>Третье задание оценивается максимум 6 баллами<br>6 баллов – правильно проверены условия теоремы существования неявной функции, сделан верный вывод о существовании неявной функции, верно найдена производная функции, заданной неявно;<br>4-5 баллов – допущена ошибка при проверке условий теоремы существования неявной функции;<br>1-3 балла – допущены ошибки при проверке условий теоремы существования неявной функции или в формуле производной неявной функции;<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий.<br>Четвёртое задание оценивается максимум 10 баллами | |

| | | |
|---|---|---|
| | 10 баллов –<br>1. верно определён тип функции;<br>2. верно определена и изображена область, в которой требуется провести исследование на наибольшее и наименьшее значения;<br>3. сделан вывод о наличии наибольшего и наименьшего значений заданной функции;<br>4. верно найдены частные производные заданной функции;<br>5. верно найдены критические точки;<br>6. верно отобраны точки для дальнейшего исследования;<br>7. верно проведено исследование на наибольшее и наименьшее значения в отобранных точках;<br>8-9. верно проведено исследование на наибольшее и наименьшее значения функции на границе области;<br>10. сделан верный вывод о наибольшем и наименьшем значениях функции в заданной области.<br>1 – 9 баллов – верно выполнено соответствующее количество пунктов из критерия на 10 баллов.<br>0 баллов – не выполнено ни одно из указанных условий. | |
| Промежуточный контроль (кол-во баллов) | 56 | 100 |
| Промежуточная аттестация | Представлены в фонде оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине | |